

Лабораторная работа 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

(циркуляция напряженности)

Цели работы: ознакомление с методикой моделирования электростатического поля в токопроводящей среде; исследование электростатического поля, созданного системой проводящих тел; исследование интегральных характеристик электростатического поля – поток вектора напряженности и индукции, теорема Гаусса, циркуляция вектора напряженности.

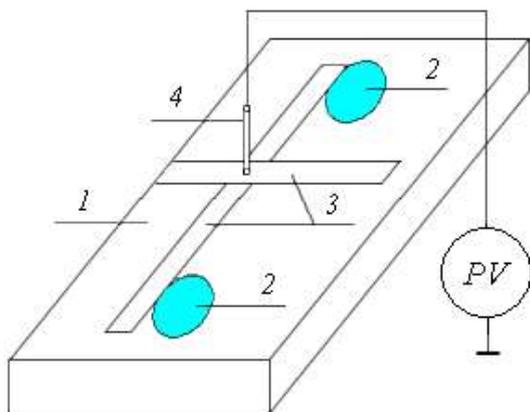


Рис. 2.1

Приборы и принадлежности: лабораторный макет установки для моделирования электростатического поля

(рис. 2.1).

В работе используется планшет 1, покрытый проводящей бумагой, с нанесенными на него металлическими электродами 2. На планшете установлены две подвижные линейки 3, с помощью которых определяются координаты щупа 4, подключенного к вольтметру *PV*. Помещая щуп в разные точки планшета и измеряя потенциал данной точки, можно построить картину исследуемого поля.

Исследуемые закономерности

Модель электростатического поля. В проводящей среде под действием приложенной к электродам постоянной разности потенциалов происходит направленное движение заряженных частиц, в результате чего в среде, окружающей электроды, устанавливается стационарное распределение потенциала, подобное распределению потенциала в диэлектрической среде вокруг заряженных проводящих тел, если форма и взаимное расположение последних аналогичны соответствующим параметрам электродов проводящей модели.

Сопоставление свойств электростатического поля и поля электрического тока в проводящей среде показывает, что если в электростатическом поле на помещенный в поле заряд действует сила

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -q \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \mathbf{n}, \quad (2.1)$$

где \mathbf{n} – единичный вектор в направлении максимального изменения потенциала, то в проводящей среде вектор плотности тока подчиняется вполне симметричному соотношению

$$\mathbf{j} = -\gamma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \mathbf{n} = \gamma \mathbf{E}, \quad (2.2)$$

где γ – электропроводность среды (величина, обратная удельному сопротивлению).

Из сопоставления двух соотношений видно, что, во-первых, оба поля потенциальны, (не образуют вихрей в пространстве, окружающем электроды), а во-вторых, как линии напряженности электростатического поля, так и линии тока перпендикулярны линиям или поверхностям равного потенциала.

Поле длинной двухпроводной линии. На планшете моделируются так называемые плоские поля, т. е. такие поля, картина которых остается неизменной при параллельном переносе плоскости, в которой исследуется поле. Как правило, это электростатические поля объектов, бесконечно протяженных в направлении, перпендикулярном секущей плоскости.

В данной работе исследуется поле двух длинных, параллельных, равномерно и разноименно заряженных проводящих цилиндров (двухпроводной линии).

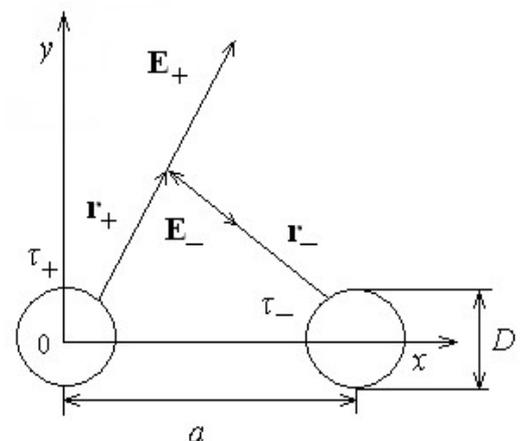


Рис. 2.2

Если абсолютное значение линейной плотности заряда на цилиндрах τ (Кл/м), то напряженность электростатического поля в произвольной точке секущей плоскости будет определяться геометрической суммой напряженностей полей, создаваемых каждым цилиндром (принцип суперпозиции). Для каждого цилиндра напряженность поля равна

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (2.3)$$

а значение и направление результирующего вектора напряженности поля определяют по отношению к системе координат xOy (рис. 2.2), заданной экспериментатором.

Напряженность поля и вектор индукции. Для электростатического поля справедливо следующее соотношение между вектором напряженности поля и вектором электрической индукции:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}. \quad (2.4)$$

Особенность вектора электрической индукции состоит в том, что, описывая с помощью этой физической величины электрическое поле, исследователь избавляется от необходимости учитывать связанные заряды, возникающие при поляризации среды.

Поток вектора индукции электрического поля (теорема Гаусса). Поток вектора индукции электрического поля определяется выражением

$$\Phi_D = \int_S \mathbf{D}d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{D}\mathbf{n} ds = \int_S Dds \cos(\mathbf{D}\mathbf{n}) = \int_S D_n ds,$$

где S – поверхность произвольной формы в области поля; \mathbf{n} – единичный вектор нормали в данной точке поверхности.

Поток вектора индукции представляет собой характеристику источников этого поля. Для электростатического поля справедлива теорема Гаусса

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{s} = \int_V \rho dV = Q_V, \quad (2.5)$$

где S – произвольная замкнутая поверхность в области поля; V – объем области поля, ограниченный поверхностью S ; Q_V – заряд, распределенный в объеме V .

Это означает, что выражение (2.4) следует понимать так: *поток вектора индукции электростатического поля через замкнутую поверхность произвольной формы равен суммарному заряду, заключенному в объеме, ограниченном этой поверхностью, и не зависит от зарядов, расположенных вне данной поверхности.*

Циркуляция вектора напряженности электрического поля. Для идентификации свойств физических полей существуют интегральные характеристики. В электрическом поле циркуляцией вектора напряженности называют физическую величину, которая определяется соотношением

$$\Gamma = \oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = \oint_L E dl \cos(\mathbf{E}\boldsymbol{\tau}) = \oint_L E_l dl, \quad (2.6)$$

где L – произвольный замкнутый контур; $\boldsymbol{\tau}$ – единичный вектор касательной к линии контура в данной точке.

Видно, что в электрическом поле циркуляция вектора напряженности напрямую связана с работой перемещения заряда в электрическом поле. Для

потенциального поля $\Gamma = 0$. Электростатическое поле – потенциально.

Задание на подготовку к работе (оформить на отдельном листе)

1. Сформулируйте цель работы.
2. Для данной модели двухпроводной разноименно заряженной линии качественно изобразите на рисунке силовые линии напряженности (5–6 линий) и эквипотенциальные линии (5–6 линий).
3. Дайте определение потенциального поля, напряженности и потенциала электростатического поля. Выведите соотношение, связывающее разность потенциалов с напряженностью электростатического поля, используя их определения.
4. Что характеризуют силовые линии электростатического поля?
5. Покажите, что градиент потенциала, взятый с противоположным знаком, равен напряженности электростатического поля.
6. Выведите выражение для потенциала, создаваемого равномерно заряженным стержнем длиной L с линейной плотностью заряда τ , на оси стержня на некотором расстоянии от его конца (вне стержня).

Указания по выполнению наблюдений

1. Выполнить эскиз модели. Пользуясь подвижными линейками планшета, определить координаты и размеры электродов модели. Нанести изображения электродов и оси координат на подготовленный бланк (лист миллиметровой бумаги формата А4), определить масштаб, в котором будет изображена исследуемая модель, провести оцифровку координатных осей.
2. Установить линейки в произвольной точке планшета, записать координаты этой точки. Измерить потенциал выбранной точки. Сместить одну из линеек примерно на 0.5 см вдоль оси x , измерить потенциал в этой точке. Вернуть линейку в исходное положение. Сместить другую линейку примерно на 0.5 см вдоль оси y , измерить потенциал этой точки. Так реализуется измерение составляющих E_x и E_y вектора напряженности исследуемого поля.
3. Наметить на эскизе модели произвольный замкнутый контур, не охватывающий электроды. Разбить контур на отрезки, длина которых на исследуемой модели составит около 0.5 см. Выбрать, измерить и записать координаты и потенциал начальной точки, рассчитать координаты конца каждого отрезка на исследуемой модели, после чего, пользуясь подвижными

линейками, измерить потенциалы в концах всех отрезков. Таким образом реализуется измерение касательных составляющих вектора напряженности для каждого из отрезков.

Задание на подготовку к проведению работы

1. Выполните индивидуальное домашнее задание.
2. Изучите описание лабораторной работы.
3. Подготовьте лист миллиметровой бумаги формата А4 для изображения электродов исследуемой модели, координатных осей и основных характеристик поля.
4. Подготовьте таблицы для результатов измерений, описанных в пп. 2, 3 «Указаний по проведению наблюдений».
5. Выведите формулы для определения значений величин проекций и модулей напряженности поля, ориентируясь на подготовленные таблицы.
6. Выведите формулы для определения погрешностей составляющих напряженности поля и их модулей, основываясь на инструментальных погрешностях измерения потенциала и координат.
7. Подготовьте протокол наблюдений с соответствующими таблицами.

Задание по обработке результатов

1. По результатам измерений п. 2 «Указаний по проведению наблюдений» рассчитайте и изобразите на подготовленном бланке векторы, изображающие составляющие и модуль напряженности в исследованной точке. Рядом с вектором укажите его значение и погрешность.
2. По результатам измерений п. 3 «Указаний по проведению наблюдений» рассчитайте касательную составляющую напряженности на каждом отрезке выбранного контура. Изобразите на контуре несколько (6–8) составляющих напряженности поля с указанием погрешности. Воспользовавшись дискретным представлением одного из выражений (2.5), рассчитайте значение циркуляции вектора напряженности в данной области.
3. Сформулируйте выводы по проведенному исследованию.