

В пособии представлены варианты обработки прямых и косвенных измерений, а также обработка результатов измерений с помощью метода наименьших квадратов для конкретных физических измерений. Приводятся соответствующие алгоритмы решения. Пособие является дополнением к уже выпускавшимся на кафедре методическим разработкам по теории погрешностей.

## **Порядок статической обработки результатов измерений**

### **Правила приближенных вычислений**

1. Для начала численных расчетов преобразовать расчетные формулы так, чтобы исключить вычитание близких больших чисел (результат такого вычитания вследствие ошибок округления может не иметь ни одной верной значащей цифры!). Так формула  $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$  допустима для численных

расчетов, а эквивалентная ей  $\sum_{i=1}^N x_i^2 - N\bar{x}^2$  – недопустима.

2. Перед сложением и вычитанием числа полагается привести к одной характеристике (выровнять), перед умножением и делением – нормализовать.

3. При сложении двух чисел число верных значащих цифр в сумме не превосходит числа верных значащих цифр в каждом из слагаемых (равно ему или на единицу меньше). При умножении и делении данное правило применяется к мантиссам перемножаемых чисел. При вычитании последним из верных десятичных разрядов разности будет являться старший из верных десятичных разрядов вычитаемого и уменьшаемого.

4. Складывать несколько чисел следует в порядке их возрастания, чтобы уменьшить ошибки округления.

5. При вычислении стандартных трансцендентных функций требуется привести аргумент к первому периоду (для тригонометрических функций), к отрезку  $[0;1)$  (для экспоненциальной функции) или к отрезку  $[1;a)$  (для логарифмированию по основанию  $a$ ). Это связано с особенностями работы стандартных алгоритмов вычисления такого рода функций. При выполнении

данных правил можно считать, что в мантиссе результата столько же верных значащих цифр, сколько в мантиссе аргумента.

б. При расчетах следует сохранять дополнительно один-два десятичных разряда сверх верных. При округлении окончательных результатов следует оставлять только верные значащие цифры (допускается оставлять меньше, если это требуется из других соображений).

## Прямые измерения

Дана выборка  $(x_i, i=1...N)$ . Предполагается, что случайность в этой выборке обусловлена действием множества независимых (или слабо зависимых) малых аддитивных факторов, результат воздействия каждого из которых мал по сравнению с их суммарным воздействием.

1. Устранить из выборки очевидные промахи (описки).
2. Из результатов измерений исключить известные систематические погрешности.
3. Упорядочить выборку в порядке возрастания ее элементов  $x \uparrow_i$ .
4. Провести проверку выборки на наличие грубых погрешностей и ее связность по размаху выборки:  $x_{i+1} - x_i < U_{P,N} R, i=1...N-1$  находя разности между соседними элементами упорядоченной выборки сравнивая их с произведением размаха  $R$  на  $U_{P,N}$  из таблицы.
5. При наличии грубых погрешностей крайних элементов выборки необходимо их исключить. Если выборка не является связной (распадается на 2 отдельные части) – переделать эксперимент.

6. Вычислить выборочное среднее  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$ .

7. Вычислить выборочное СКО среднего:  $S_{\bar{x}} = S_x / \sqrt{N}$ .

8. Задаться доверительной вероятностью  $P$  в диапазоне 0.9...0.99. Как правило, для технических приложений (в том числе в данном курсе) принято выбирать  $P = 0.95$ .

9. Определить случайную погрешность  $\Delta x = t_{P,N} S_{\bar{x}}$ , где  $t_{P,N}$  – коэффициент Стьюдента. Значения  $t_{95\%,N}$  для некоторых  $N$  приведены в таблице II.

10. Определить оценочное значение случайной погрешности по размаху выборки  $\Delta x = \beta_{P,N} R$ . Значения случайных погрешностей, рассчитанные разными способами, должны примерно совпадать.

11. Определить верхнюю границу погрешности прибора  $\theta_x$ .

12. Рассчитать полную погрешность результата измерения:  $\Delta \bar{x} = \sqrt{\Delta x^2 + \theta_x^2}$ .

13. Вычислить относительную погрешность  $\delta x = (\Delta x / \bar{x}) \cdot 100\%$ .

14. Округлить численные значения полной погрешности и результата измерения. Для этого сначала округляют погрешность до одной или двух значащих цифр. Две значащие цифры составляют в случае, когда после округления до одной значащей цифры первая значащая цифра погрешности равна единице. (Так, 0.949 округляется до 0.9, а 0.951 – до 1.0). В противном случае составляют одну значащую цифру.

Результат округляется до того разряда, которым заканчиваются округленная погрешность. Относительная погрешность округляется до одной-двух значащих цифр. Если результат и погрешность не являются окончательными, округлять не следует.

15. Записать окончательный результат в виде:  $x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x}$ ,  $P = P_0$ ,  $\delta_x = \Delta\bar{x}/\bar{x} \cdot 100\%$ .

16. Свести результаты расчетов в таблицу 1.

Таблица 1.					
$x_i$					$\theta_x =$
$x \uparrow_i$					$\bar{x} =$ $R = x \uparrow_N - x \uparrow_1 =$
$U_i = x_{i+1} - x_i$					$U_i < U_{P,N} R =$
$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$					$\sum \Delta x_i = 0$
$(\Delta x_i)^2$					$\sum (\Delta x_i)^2 =$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\sum (\Delta x_i)^2 / N(N-1)} = \quad , \quad \Delta x = t_{P,N} S_{\bar{x}} = \quad , \quad \Delta x_{\beta} = \beta_{P,N} R = \quad , \quad \Delta x \approx \Delta x_{\beta} ,$$

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\Delta x^2 + \theta_x^2} = \quad , \quad x = \bar{x} \pm \Delta \bar{x} = \quad , \quad P = 95 \% , N = \quad .$$

## Косвенные измерения

Измерения называются косвенными, если их результат вычисляется по формулам, в которые подставляются результаты прямых измерений. Пусть нам необходимо определить функции  $f = f(x, y, z)$  от непосредственно измеренных величин  $x, y, z$ . Функция  $f$  предполагается дифференцируемой по всем переменным; кроме того, предполагается, что на интервалах, куда попадают значения  $x, y, z$ , функция  $f$  не имеет нулей частных производных. Обозначим  $f_i = f(x_i, y_i, z_i)$ .

## Обработки данных косвенных измерений методом переноса погрешностей

Используется в случае, когда каждая из величин  $x, y, z$ , представляющих собой аргументы функции, *измеряется независимо от остальных* в своей серии опытов, и эти величины образуют выборки (близки друг к другу). Число опытов в сериях, вообще говоря, не обязано быть одинаковым, требуется только неизменность условий для прямо измеряемой величины в своей серии, неизменность условий для  $f$  во всех сериях и взаимная независимость всех опытов.

1. По формулам прямых измерений определить величины  $\bar{x}, \Delta\bar{x}; \bar{y}, \Delta\bar{y}; \bar{z}, \Delta\bar{z}$  (с учётом приборных погрешностей).

2. Рассчитать значение функции  $\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ .

3. Вычислить частные производные от функции  $a_x = \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}, a_y = \left. \frac{df}{dy} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$ ,

$a_z = \left. \frac{df}{dz} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$  или, для легко логарифмируемой функции  $f$ , от ее логарифма

$b_x = \left. \frac{d(\ln f)}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}, b_y = \left. \frac{d(\ln f)}{dy} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}, b_z = \left. \frac{d(\ln f)}{dz} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$  в точке  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ .

4. Вычислить полную погрешность функции

$\Delta f = \sqrt{(a_x \Delta \bar{x})^2 + (a_y \Delta \bar{y})^2 + (a_z \Delta \bar{z})^2}$  (формула переноса погрешностей) или по

эквивалентной формуле для легко логарифмируемой функции:

$$\Delta f = \bar{f} \sqrt{(b_x \Delta \bar{x})^2 + (b_y \Delta \bar{y})^2 + (b_z \Delta \bar{z})^2}.$$

5. Записать результат измерения и округлить его.

6. Свести результаты обработки эксперимента в таблицу 2.

Таблица 2.						
$x_i$						$\theta_x =$
$y_i$						$\theta_y =$
$x \uparrow_i$						$\bar{x} =$ , $R_x = x \uparrow_N - x \uparrow_1 =$
$x_{i+1} - x_i$						$U_{P,N} R_x =$
$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$						$\Sigma \Delta x_i = 0$
$(\Delta x_i)^2$						$\Sigma (\Delta x_i)^2 =$
$S_{\bar{x}} = \sqrt{\Sigma (\Delta x_i)^2 / N(N-1)} =$ , $\Delta x = t_{P,N} S_{\bar{x}} =$ , $\Delta \bar{x} = \sqrt{\Delta x^2 + \theta_x^2} =$ , $x = \bar{x} \pm \Delta \bar{x} =$ , $P =$ % , $N =$						
$y \uparrow_i$						$\bar{y} =$ , $R_y = y \uparrow_N - y \uparrow_1 =$
$y_{i+1} - y_i$						$U_{P,N} R_y =$
$\Delta y_i = y_i - \bar{y}$						$\Sigma \Delta y_i = 0$
$(\Delta y_i)^2$						$\Sigma (\Delta y_i)^2 =$
$S_{\bar{y}} = \sqrt{\Sigma (\Delta y_i)^2 / N(N-1)} =$ , $\Delta y = t_{P,N} S_{\bar{y}} =$ , $\Delta \bar{y} = \sqrt{\Delta y^2 + \theta_y^2} =$ , $y = \bar{y} \pm \Delta \bar{y} =$ , $P =$ % , $N =$						
$\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y}) =$ , $\Delta f = \sqrt{(a_x \Delta \bar{x})^2 + (a_y \Delta \bar{y})^2 + (a_z \Delta \bar{z})^2} =$						
$f = \bar{f} \pm \Delta \bar{f} =$ , $P =$ % , $N =$						

### Обработки данных косвенных измерений выборочным методом

Этот метод применяется в том случае, если совместно измеренные значения аргументов функции  $x_i$ ,  $y_i$  и  $z_i$  не образуют выборки, но можно создать выборку значений функции  $\{f_i\}$ .

1. По каждому набору совместно измеренных значений аргументов рассчитать значения функции  $f_i = f(x_i, y_i, z_i)$ .

2. Произвести обработку полученной выборки  $\{f_i\}$  согласно алгоритму обработки данных прямых измерений, находя среднее значение  $\bar{f}$  и случайную погрешность  $\Delta f$  функции.

3. Произвести вывод выражений для частных производных от функции

$$a_x(x, y, z) = \frac{df(x, y, z)}{dx}, \quad a_y(x, y, z) = \frac{df(x, y, z)}{dy}, \quad a_z(x, y, z) = \frac{df(x, y, z)}{dz}$$

или для легко логарифмируемой функции  $f$  – от ее логарифма

$$b_x(x, y, z) = \frac{d \ln f(x, y, z)}{dx}, \quad b_y(x, y, z) = \frac{d \ln f(x, y, z)}{dy}, \quad b_z(x, y, z) = \frac{d \ln f(x, y, z)}{dz}.$$

4. По каждому набору совместно измеренных значений аргументов и их приборных погрешностей рассчитать приборную погрешность функции

$$\theta_{f_i} = |a_x(x_i, y_i, z_i)|\theta_{xi} + |a_y(x_i, y_i, z_i)|\theta_{yi} + |a_z(x_i, y_i, z_i)|\theta_{zi},$$

предполагается, что приборные погрешности измеряемых величин могут быть разными в разных опытах или, если  $f$  имеет удобный для логарифмирования вид, по эквивалентной формуле:

$$\theta_{f_i} = f_i \left( |b_x(x_i, y_i, z_i)|\theta_{xi} + |b_y(x_i, y_i, z_i)|\theta_{yi} + |b_z(x_i, y_i, z_i)|\theta_{zi} \right),$$

где  $f_i$  – соответствующее данному набору аргументов значение функции (не путать со строкой таблицы упорядоченных по возрастанию значений  $f \uparrow_i$ ).

5. Вычислить среднюю приборную погрешность функции  $\theta_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\theta_{f_i}|$ .

6. Если приборные погрешности аргументов одинаковы во всех опытах или при нахождении максимальных по всей серии опытов значений приборных погрешностей  $\theta_x = \max \theta_{xi}$ ,  $\theta_y = \max \theta_{yi}$ ,  $\theta_z = \max \theta_{zi}$ , для определения приборной погрешности величины  $f$  можно использовать выражение

$$\theta_f = \bar{a}_x \theta_x + \bar{a}_y \theta_y + \bar{a}_z \theta_z,$$

$$\text{где } \bar{a}_x = \frac{1}{N} \sum |a_x(x_i, y_i, z_i)|, \quad \bar{a}_y = \frac{1}{N} \sum |a_y(x_i, y_i, z_i)|, \quad \bar{a}_z = \frac{1}{N} \sum |a_z(x_i, y_i, z_i)|.$$

7. Вычислить полную погрешность функции  $\Delta \bar{f} = \Delta f + \theta_f$ .

8. Записать результат измерения и округлить его.

9. Свести результаты обработки эксперимента в таблицу 3.

Таблица 3.						
$x_i$						
$\theta_{xi}$						$\theta_x = \max \theta_{xi} =$
$y_i$						
$\theta_{yi}$						$\theta_y = \max \theta_{yi} =$
$f_i$						$\bar{f} =$
$F\uparrow_i$						$R_f = f\uparrow_N - f\uparrow_1 =$
$U_{fi} = f_{i+1} - f_i$						$U_{fi} < U_{P,N} R_f =$
$\Delta f_i = f_i - \bar{f}$						$\Sigma \Delta f_i = 0$
$(\Delta f_i)^2$						$\Sigma (\Delta f_i)^2 =$
$\theta_{fi}$						$\theta_f = (\Sigma  \theta_{fi} ) / N =$
$S_{\bar{f}} = \sqrt{\Sigma (\Delta f_i)^2 / N(N-1)} =$ , $\Delta f = t_{P,N} S_{\bar{f}} =$ , $\Delta f_{\beta} = \beta_{P,N} R_f =$ , $\Delta f \approx \Delta f_{\beta}$ $\Delta \bar{f} = \Delta f + \theta_f =$ , $f = \bar{f} \pm \Delta \bar{f} =$ , $P = \dots\%$ , $N = \dots$						

### Нормальная линейная регрессия (метод наименьших квадратов)

Дана последовательность независимых совместных наблюдений  $\{x_i, y_i\}$ ,  $i=1\dots N$ . Требуется оценить параметры наилучшей аппроксимирующей (регрессионной) кривой, соответствующей данным наблюдениям.

Задача нахождения наилучшей аппроксимирующей кривой в общем случае является достаточно сложной и наиболее просто решается, если функциональная зависимость имеет вид прямой линии  $y = ax + b$ . Поэтому на практике, если это возможно, сложные функциональные зависимости сводят к линейным зависимостям. При этом задача нахождения регрессионной кривой сводится к решению следующих задач:

1. Линеаризация нелинейных зависимостей, которая производится путем соответствующей замены переменных. Примеры такой замены приведены в таблице.

№	Исходная функция	Замена переменных	Новая функция
1	$y = Ax^n$	$X = x^n, \quad a = A$	$y = aX$
2	$y = Ax^n$	$Y = \ln y, \quad X = \ln x, \quad a = n, \quad b = \ln A$	$Y = aX + b$
3	$y = Ae^{ax}$	$Y = \ln y, \quad b = \ln A$	$Y = ax + b$
4	$y = ax^n + b$	$X = x^n$	$y = aX + b$
5	$y = \frac{1}{ax^n + b}$	$Y = 1/y, \quad X = x^n$	$Y = aX + b$

- Нахождение наилучших значений коэффициентов  $a$  и  $b$  в линейной зависимости  $y = ax + b$  или коэффициента  $a$  в зависимости  $y = ax$  согласно методу наименьших квадратов (МНК).
- Нахождение случайных и приборных погрешностей этих коэффициентов.
- Определение по найденным значениям коэффициентов  $a$  и  $b$  физических констант, содержащихся в этих коэффициентах. Последняя задача решается стандартным приемом метода переноса погрешностей при косвенных измерениях

### Обработка данных по МНК для уравнения $y = ax + b$

- Заполнить таблицу 4 обработки данных по МНК для уравнения  $y = ax + b$ .

Таблица 4.

№	$x_i = t_i$	$y_i = V_i$	$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$	$(\Delta x_i)^2$	$\Delta y_i = y_i - \bar{y}$	$(\Delta y_i)^2$	$\Delta x_i \Delta y_i$
1.							
2.							
...							
	$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum \Delta x_i$	$\sum \Delta x_i^2$	$\sum \Delta y_i$	$\sum \Delta y_i^2$	$\sum \Delta x_i \Delta y_i$
$\Sigma$							

- Вычислить средние значения  $x$  и  $y$ :  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ ,  $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$ .



3. Определить средние значения  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ :  $\bar{a} = \frac{\sum (\Delta x_i \Delta y_i)}{\sum (\Delta x_i)^2}$ ,  $\bar{b} = \bar{y} - \bar{a}x$ .

4. Рассчитать дисперсии и СКО  $\bar{a}$ :

$$S_a^2 = \frac{1}{N-2} \left( \frac{\sum \Delta y_i^2}{\sum \Delta x_i^2} - \bar{a}^2 \right), \quad S_b^2 = S_a^2 \left( x^2 + \frac{1}{N} \sum \Delta x_i^2 \right), \quad S_a^- = \sqrt{S_a^2}, \quad S_b^- = \sqrt{S_b^2}.$$

5. Определить случайные погрешности  $a$  и  $b$ . Для расчетов необходимо брать коэффициент Стьюдента  $t_{P, N-1}$ , в отличие от прямых измерений, где использовался  $t_{P, N}$ :  $\Delta a = t_{P, N-1} S_a^-$ ,  $\Delta b = t_{P, N-1} S_b^-$ .

6. Рассчитать приборную погрешность коэффициента  $b$  (приборная погрешность коэффициента, а равна нулю):  $\theta_b = |\bar{a}| \theta_x + \theta_y$ .

7. Определить полные погрешности  $a$  и  $b$ :  $\Delta \bar{a} = \Delta a$  и  $\Delta \bar{b} = \Delta b + \theta_b$ .

8. Записать результат измерения и округлить его.

9. Привести окончательный результат в округленной форме:

$$y = (\bar{a} \pm \Delta \bar{a})x + (\bar{b} \pm \Delta \bar{b}), \quad \text{с вероятностью } P = 95\%.$$

### Обработка данных по МНК для уравнения $y = ax$

1. Заполняем таблицу 5 обработки данных по МНК для уравнения  $y = ax$ .

Таблица 5.

№ набл.	$x_i = \sqrt{l_i}$	$y_i = T_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i y_i$
1					
2					
...					
Обозначения сумм	$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum y_i^2$	$\sum x_i y_i$
$\sum$					

2. Определить среднее значение  $a$ :  $\bar{a} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$ .

4. Рассчитать дисперсию и СКО  $\bar{a}$ :  $S_a^2 = \frac{1}{N-1} \frac{\sum y_i^2 - \bar{a}^2 \sum x_i^2}{\sum x_i^2}$ ,  $S_a^- = \sqrt{S_a^2}$ .

5. Определить случайную погрешность коэффициента  $a$ :  $\Delta a = t_{P, N} S_a^-$ .

6. Рассчитать приборную погрешность коэффициента  $a$  по формуле

$$\theta_a = \left( \sum_i x_i / \sum_i x_i^2 \right) (|\bar{a}| \theta_x + \theta_y).$$

7. Определить полную погрешность коэффициента  $a$ :  $\Delta \bar{a} = \Delta a + \theta_a$ .

8. Записать результат измерения и округлить его.

9. Привести окончательный результат в округленной форме:

$$a = \bar{a} \pm \Delta \bar{a} \text{ с вероятностью } P = 95 \%.$$

### ВАРИАНТЫ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ:

Записать среднюю величину с погрешностью.

Производятся прямые измерения:

1. Длины подвеса пружинного маятника линейкой с ценой деления 1 мм получено:

$L$ , см	50,1	50,0	50,0	50,1	50,0
----------	------	------	------	------	------

2. Диаметра проволоки пружинного маятника микрометром с ценой деления 0,01 мм:

$d$ , мм	2,06	2,02	2,04	2,02	2,05
----------	------	------	------	------	------

3. Периода колебаний пружинного маятника с помощью секундомера с ценой деления 0,01с:

$T$ , с	1,36	1,32	1,38	1,40	1,34
---------	------	------	------	------	------

4. Периода колебаний пружинного маятника с помощью цифрового секундомера с ценой деления  $10^{-3}$ с:

$T$ , с	1,382	1,402	1,285	1,344	1,262
---------	-------	-------	-------	-------	-------

5. Периода колебаний нагруженного пружинного маятника с помощью секундомера с ценой деления 0,01с:

$T$ , с	2,04	2,1	2,12	2,00	2,08
---------	------	-----	------	------	------

6. Периода колебаний пружинного маятника с помощью цифрового секундомера с ценой деления  $10^{-3}$ с:

$T$ , с	2,102	2,204	2,198	2,212	2,120
---------	-------	-------	-------	-------	-------

7. Массы дробинок на торсионных весах с ценной деления 1 мг:

$m$ , мг	136	134	135	134	135
----------	-----	-----	-----	-----	-----

8. Промежутка между двумя рисками на колбе с глицерином линейкой с ценой деления 0,1 мм:

$l$ , мм	15,1	15,0	15,0	15,1	15,0
----------	------	------	------	------	------

9. Расстояния между микрофоном и телефоном в акустическом резонаторе линейкой с ценой деления 0,1 мм:

$l$ , мм	17,4	17,2	17,3	17,4	17,3
----------	------	------	------	------	------

10. Массы свинцовой дробинок на торсионных весах с ценой деления 1 мг:

$m$ , мг	250	252	249	250	251
----------	-----	-----	-----	-----	-----

11. Времени затухания амплитуды колебаний маятника с помощью секундомера с ценой деления 0,01 с:

$t$ , с	30,22	30,30	30,15	30,42	30,35
---------	-------	-------	-------	-------	-------

12. Внешнего диаметра крутильного маятника с помощью линейки с ценой деления 1 мм:

$D_{ex}$ , см	25,1	24,9	25,0	24,9	24,9
---------------	------	------	------	------	------

13. Диаметра внутреннего кольца крутильного маятника с помощью штангенциркуля с ценой деления 0,1 мм:

$D_{in}$ , мм	50,2	50,1	50,2	50,1	50,2
---------------	------	------	------	------	------

14. Силы тока, микроамперметром с пределом измерения 50 мкА и классом точности 2:

$I$ , мкА	11	12	10	11	11
-----------	----	----	----	----	----

15. Напряжения вольтметром с пределом измерения 20 В и классом точности 1,5:

$U$ , В	14,2	14,8	14,6	14,8	14,4
---------	------	------	------	------	------

16. Напряжения цифровым вольтметром с ценой деления 0,01В:

$U$ , В	15,80	15,16	15,15	15,16	15,17
---------	-------	-------	-------	-------	-------

17. Частоты колебаний цифровым частотомером:

$\nu$ , Гц	1000,2	999,8	1000,6	1000,4	1000,2
------------	--------	-------	--------	--------	--------

18. Длины подвеса физического маятника с помощью линейки с ценой деления 1 мм

$l$ , см	30,0	30,1	29,9	30,1	30,0
----------	------	------	------	------	------

19. Массы физического маятника с помощью весов с ценой деления 1 мг

$m$ , г	20,052	20,084	20,048	20,034	20,058
---------	--------	--------	--------	--------	--------

20. Частоты колебаний, полученной с помощью ультразвукового генератора с ценой деления 10 Гц:

$\nu$ , Гц	1010	1000	990	1020	1010
------------	------	------	-----	------	------

21. Расстояния между двумя пучностями ультразвуковой волны в акустическом резонаторе с помощью линейки с ценой деления 1 мм:

$l$ , см	16,9	17,1	17,2	16,9	17,0
----------	------	------	------	------	------

22. Массы подвеса физического маятника с помощью весов с ценой деления 1 г:

$m$ , г	1832	1831	1832	1830	1831
---------	------	------	------	------	------

23. Массы дробинки на торсионных весах с ценой деления 1 мг:

$m$ , мг	161	162	160	159	161
----------	-----	-----	-----	-----	-----

24. Диаметра дробинки с помощью микрометра с ценой деления 0,01 мм:

$d$ , мм	1,24	1,22	1,28	1,25	1,24
----------	------	------	------	------	------

25. Диаметра подвеса физического маятника с помощью микрометра с ценой деления 0,01 мм:

$d$ , мм	2,49	2,51	2,52	2,54	2,53
----------	------	------	------	------	------

26. Силы тока измеренной с помощью микроамперметра с пределом измерения 100 мкА и классом точности 1,0:

$I$ , мкА	20	22	21	19	21
-----------	----	----	----	----	----

27. Напряжения на обкладках конденсатора с помощью вольтметра с пределом измерения 10 В и классом точности 2:

$U$ , В	9	9,2	9,4	9,2	8,9
---------	---	-----	-----	-----	-----

28. Сопротивления резистора с помощью омметра с ценой деления 1 Ом:

$R$ , Ом	1835	1832	1828	1830	1832
----------	------	------	------	------	------

29. Сопротивления резистора с помощью цифрового тестера:

$R$ , Ом	1520	1521	1518	1522	1521
----------	------	------	------	------	------

30. Силы тяжести предмета с помощью пружинного динамометра с ценой деления 0,01 Н:

$P$ , Н	12,21	12,22	12,24	12,19	12,20
---------	-------	-------	-------	-------	-------

### ВАРИАНТЫ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ:

Вычислить погрешность косвенных измерений и записать результат с погрешностью:

1. Момент инерции полого кольца с внутренним диаметром  $D_{in}$ , внешним

диаметром  $D_{ex}$  и массой  $m$ : 
$$I = \frac{m}{8}(D_{ex}^2 + D_{in}^2)$$

$D_{in}$ , мм	50,2	50,3	50,1	50,2	50,4	$\theta_{D_{in}}=0,05$ мм
$D_{ex}$ , мм	25,2	25,1	25,0	24,9	25,4	$\theta_{D_{ex}}=0,05$ мм
$m$ , г	1832	1831	1833	1832	1834	$\theta_m=0,5$ г

2. Жесткости  $k$  на кручение подвеса крутильного маятника с массой  $m$ ,

радиусом  $R$  и временем совершения 30 колебаний  $t$ : 
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m R^2}{2k}}$$

$R$ , см	25,2	25,1	25,0	25,2	25,0	$\theta_r=0,05$ см
$m$ , г	1652	1654	1654	1651	1653	$\theta_m=0,5$ г
$t$ , с	54,1	52,8	53,5	53,8	54,0	$\theta_t=0,5$ с

3. Энергии вращения диска массой  $m$  и диаметром  $D$ , период вращения

которого  $T$ : 
$$E = \frac{\pi m D^2}{2T^2}$$

$m$ , г	952	951	952	950	951	$\theta_m=0,5$ г
$D$ , см	18,0	17,9	18,1	18,2	18,1	$\theta_D=0,05$ см
$T$ , с	0,48	0,51	0,50	0,50	0,51	$\theta_T=0,01$ с



4. Добротности резонатора: резонансная частота  $\nu_0$ , частоты, соответствующие границе резонансной полосы  $\nu_1$  и  $\nu_2$ :  $\theta = \frac{\nu_0}{\nu_2 - \nu_1}$

$\nu_0$ , Гц	998	1000	1005	1002	999	$\theta_\nu=1(\text{Гц})$
$\nu_1$ , Гц	952	953	950	956	968	
$\nu_2$ , Гц	1042	1044	1045	1044	1045	

5. Плотности материала дробинки:  $m$ - масса;  $d$ -диаметр:  $E = \frac{6m}{\pi d^3}$

$d$ , мм	1,52	1,48	1,54	1,51	1,53	$\theta_d=0,005(\text{мм})$
$m$ , мг	21	20	21	19	22	$\theta_m=0,5(\text{мг})$

6. Напряжений сдвига, возникающих в подвесе крутильного маятника,  $m$ - масса;  $T$ - период;  $\varphi$  - угол отклонения;  $d$  – диаметр подвеса.  $E = \frac{3m\varphi}{8\pi^3 d T^2}$

$M$ , г	1981	1980	1982	1980	1981	$\theta_m=0,5(\text{г})$
$T$ , с	1,41	1,44	1,42	1,45	1,40	$\theta_t=0,05(\text{с})$
$\varphi$	30°	31°	30°	29°	31°	$\theta_\varphi=0,5^\circ$
$d$ , мм	2,49	2,51	2,52	2,50	2,51	$\theta_d=0,05(\text{мм})$

7. Коэффициента вязкости  $\eta$  глицерина по результатам 5-ти измерений времени падения  $t$  шарика массой  $m$  из свинца между рисками с

$$\text{расстоянием } l: \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_C - \rho_{gl})g - 6\pi\eta rV = 0$$

$\rho_C = 11300 \text{ кг/м}^3$  - плотность свинца,

$\rho_{gl} = 1200 \text{ кг/м}^3$  - плотность глицерина

$t, \text{ с}$	0,78	0,88	0,89	0,95	0,90	$\theta_t = 0,005 \text{ с}$
$m, \text{ мг}$	131	132	133	130	135	$\theta_m = 0,5 \text{ мг}$
$l, \text{ см}$	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	$\theta_l = 0,5 \text{ мм}$

8. Силы взаимодействия зарядов, расположенных на сферических поверхностях  $q_1$  и  $q_2$ , расстояние между центрами которых  $r$ :

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$q_1, \text{ нКл}$	18,5	20,1	19,6	18,8	19,4	$\theta_q = 0,1 \text{ нКл}$
$q_2, \text{ нКл}$	30,2	29,4	29,8	30,6	29,2	
$r, \text{ мм}$	50,4	50,2	50,5	50,3	50,2	$\theta_r = 0,05 \text{ мм}$

9. Проекции силы тяги на координатные оси  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  при скорости движения  $V$ . Определить мощность двигателя:

$$P = FV = \left( \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \right) \cdot V$$

$F_x$ , Н	205	420	124	24	542	$\theta_F = 1 \text{ Н}$
$F_y$ , Н	410	455	370	82	121	
$F_z$ , Н	530	372	600	920	235	
$V$ , м/с	14,3	13,8	14,1	10,7	16,6	$\theta_V = 0,05 \text{ м/с}$

10. Определить силу света точечного источника, дающего на экране, отстоящем от источника на  $r$ , освещенность  $E$ :  $E = \frac{J}{r^2}$ ,  $J$ - сила света.

$E$ , Лк	1,02	9,85	1,08	1,04	1,01	$\theta_E = 0,005 \text{ Лк}$
$r$ , см	10,1	10,2	9,9	10,0	10,4	$\theta_r = 0,05 \text{ см}$

11. Электрон ( $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (Кл)}$ ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ (Кг)}$ ) проходит ускоряющую разность потенциалов  $U$ . Определить скорость электрона.  $V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

$U$ , В	1000,2	999,8	999,2	1001,2	1000,8	$\theta_U = 0,1 \text{ В}$
---------	--------	-------	-------	--------	--------	----------------------------

12. Расстояние от поверхности стального шара радиуса  $R$  до точки  $l$ , напряженность поля в которой  $E$ . Определить поверхностную плотность заряда на шаре:  $\sigma = \frac{E\epsilon_0(R+l)^2}{R^2}$ ,  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{м}$ .

$$\sigma = \frac{E\epsilon_0(R+l)^2}{R^2}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{м}$$

$R$ , мм	10,02	10,04	10,30	9,98	10,18	$\theta_r = 0,005$ мм
$l$ , см	5,2	5,6	5,0	5,4	5,5	$\theta_l = 0,5$ мм
$E$ , В/м	1522	1485	1530	1496	1512	$\theta_E = 1$ В/м

13. Сила тока в медном проводе диаметром  $d$  равна  $I$ . Число Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  1/моль, плотность меди  $\rho = 8900$  кг/м<sup>3</sup>, молярная масса 64 (г/моль). Определить скорость направленного движения электронов:

$$V = \frac{4I\mu}{e\rho N_A \pi d^2}$$

$d$ , мм	2,02	2,01	1,98	2,03	2,02	$\theta_d = 0,005$ мм
$I$ , А	15,2	15,0	15,1	15,4	15,3	$\theta_I = 0,05$ А

14. Напряжение на концах проводника диаметром  $d$  равно  $U$ . Выделяющаяся тепловая мощность  $P$ . Определить плотность тока в проводнике:

$$J = \frac{4P}{\pi d^2 U}$$

$U$ , В	222	214	230	228	234	$\theta_u = 0,5$ В
$d$ , мм	3,02	3,06	3,05	3,08	3,04	$\theta_d = 0,005$ мм
$P$ , мВт	185	198	188	192	190	$\theta_p = 1$ Вт

15. По данным о коэффициенте диффузии и температуре газа определить

длину свободного пробега молекулы:  $\lambda = \frac{3D\sqrt{\pi\mu}}{\sqrt{8RT}}$ ,  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{Кмоль}}$ .

$D, \text{ м}^2/\text{с}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$\theta_d = 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$
$T, \text{ К}$	298	296	292	296	298	$\theta_T = 0,5 \text{ К}$

Молярная масса газа  $\mu = 28,9 \text{ (г/моль)}$ .

16. Азота массой ( $m=10,2 \text{ г}$ ,  $\mu = 28,0 \text{ г/моль}$ ) изотермически расширяется от

$V_1$  до  $V_2$  при температуре  $T$ . Определить работу расширения:  $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$V_1, \text{ л}$	8,2	8,4	8,1	8,3	8,4	$\theta_v = 0,05 \text{ л}$
$V_2, \text{ л}$	15,4	15,2	15,0	15,3	15,4	
$T, \text{ К}$	301	299	298	299	300	$\theta_T = 0,5 \text{ К}$

17. Азот с плотностью  $\rho$  изохорически нагревается в объеме  $V$  от  $T_1$  до  $T_2$ .

Определить изменение энтропии:  $\Delta S = \frac{\rho V}{\mu} \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}$ ,  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{Кмоль}}$ ,

$\mu = 28,9 \text{ г/моль}$ .

$\rho, \text{ кг/м}^3$	1,18	1,22	1,2	1,19	1,22	$\theta_\rho = 0,05 \text{ (кг/м}^3\text{)}$
$V, \text{ л}$	10,2	10,1	10,3	10,2	10,4	
$T_1, \text{ К}$	301,2	302,4	300,8	303,1	302,4	$\theta_T = 0,05 \text{ К}$
$T_2, \text{ К}$	452,4	450,8	451,8	452	453	

18. Сила сопротивления при движении с малыми скоростями пропорциональна скорости движения  $\vec{F}_c = -r\vec{v}$ . По данным о массе тела и силе Архимеда, а также скорости установившегося движения, определить

коэффициент сопротивления  $r$ :  $r = \frac{mg - F_A}{V}$

$m, \text{ г}$	0,65	0,68	0,67	0,66	0,64	$\theta_m = 5 \text{ мГ}$
$v, \text{ м/с}$	2,1	2,3	2,4	2,1	2,0	$\theta_v = 0,05 \text{ м/с}$
$F_A, \text{ Н}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$\theta_F = 11,3 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$

19. Масса молекулы  $m$ , температура газа  $T$ . Определить среднюю скорость

движения:  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ ,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .

$m, \text{ г}$	$4,8 \cdot 10^{-20}$	$4,82 \cdot 10^{-20}$	$4,78 \cdot 10^{-20}$	$4,85 \cdot 10^{-20}$	$4,76 \cdot 10^{-20}$	$\theta_m = 10^{-22} \text{ г}$
$T, \text{ К}$	298	296	297	300	295	$\theta_k = 0,5 \text{ К}$

20. Рассчитывают постоянную Планка, измеряя длину волны тормозного рентгеновского излучения. Заряд электрона  $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ , скорость света  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ .

$$\lambda = \frac{(2\pi\hbar c/e)}{U}$$

$U, \text{ В}$	10.000	15.000	20.000	25.000	30.000	$\theta_u = 10 \text{ В}$
$\lambda, \text{ м}$	$1,25 \cdot 10^{-10}$	$8,30 \cdot 10^{-11}$	$6,2 \cdot 10^{-11}$	$4,9 \cdot 10^{-11}$	$4,1 \cdot 10^{-11}$	$\theta_\lambda = 1 \cdot 10^{-12} \text{ м}$

21. Сила сопротивления  $F_c$  движения снаряда диаметром  $d$ , пропорциональна квадрату его скорости  $F_c = C_d \frac{\rho S V^2}{2}$ , где  $\rho$  - плотность воздуха,  $S$  – площадь поперечного сечения. Определить коэффициент лобового сопротивления  $C_d$ , зависящий от скорости движения.  
 $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$

$d$ , мм	204	203	204	205	204	$\theta_d = 0,5 \text{ мм}$
$V$ , м/с	382	380	388	386	384	$\theta_v = 1 \text{ м/с}$
$F$ , Н	802	812	808	814	805	$\theta_F = 1 \text{ Н}$

22. Вольфрамовый катод облучается ультрафиолетовым светом с длиной волны  $\lambda$ . Задерживающий потенциал для фотоэлектронов  $U$ . Определить работу выхода  $A_{\text{вых}}$ :

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + U, \text{ где } h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}, c = 2.997 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$\lambda$ , нм	210	170	142	128	156	$\theta_\lambda = 0,5 \text{ нм}$
$U$ , В	1,52	2,80	4,25	5,20	3,38	$\theta_u = 1 \cdot 10^{-2} \text{ В}$

23. Определить плотность тока насыщения в вакуумном диоде, используя

формулу  $j = 100e \frac{A_{\text{вых}}}{kT} T^2$ ,  $A_{\text{вых}} = 4,5 \text{ эВ}$ .

T, К	2150	2180	2200	2190	2160	$\theta_T = 50 \text{ К}$
------	------	------	------	------	------	---------------------------

24. Объемная плотность заряда равномерно заряженного шара  $\rho$ , радиус шара  $R$ . Определить напряженность поля в точке, отстоящей от

поверхности шара на  $l$ :  $E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 (R+l)^2}$ ,  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ .

$\rho$ , Кл/м <sup>3</sup>	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$\theta_\rho = 10^{-6} \text{ Кл/м}^3$
$R$ , мм	102	104	108	106	105	$\theta_R = 0,5 \text{ мм}$
$l$ , см	200	201	199	204	200	$\theta_l = 0,5 \text{ см}$

25. Объемная плотность заряда равномерно заряженного шара  $\rho$ , радиус шара  $R$ . Определить потенциал поля в точке, отстоящей от поверхности

шара на  $l$ :  $\varphi = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0 (R+l)}$ ,  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ .

$\rho$ , Кл/м <sup>3</sup>	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$\theta_\rho = 10^{-6} \text{ Кл/м}^3$
$R$ , мм	202	204	206	208	206	$\theta_R = 0,5 \text{ мм}$
$l$ , см	108	110	109	112	110	$\theta_l = 0,5 \text{ мм}$



26. Шары массами  $m_1$  и  $m_2$  двигаются навстречу друг другу со скоростями  $V_1$  и  $V_2$  испытывают абсолютно неупругий удар. Определить скорость шаров после удара:  $V = \frac{|m_1V_1 - m_2V_2|}{m_1 + m_2}$

$$V = \frac{|m_1V_1 - m_2V_2|}{m_1 + m_2}$$

$m_1$ , кг	1,52	1,54	1,53	1,51	1,52	$\theta_m = 5 \text{ } \epsilon$
$m_2$ , кг	2,08	2,06	2,05	2,06	2,10	$\theta_m = 5 \text{ } \epsilon$
$V_1$ , м/с	8,1	8,4	8,3	8,2	8,4	$\theta_V = 0,05 \text{ м/с}$
$V_2$ , м/с	12,2	12,4	12,3	12,5	12,5	

27. Шар массой  $m$ , движущийся со скоростью  $V$ , налетает на покоящийся шар массой  $m_2$ . Определить энергию первого шара после абсолютно упругого удара:  $m_1V_{10} = -m_1V_1 + m_2V_2$ ,  $m_1V_{01}^2 = -m_1V_1^2 + m_2V_2^2$

$$m_1V_{10} = -m_1V_1 + m_2V_2, \quad m_1V_{01}^2 = -m_1V_1^2 + m_2V_2^2$$

$m_1$ , кг	0,528	0,530	0,526	0,532	0,529	$\theta_m = 0,5 \text{ } \epsilon$
$m_2$ , кг	1,844	1,848	1,845	1,846	1,848	$\theta_V = 0,5 \text{ см/с}$
$V_{10}$ , м/с	2,51	2,52	2,54	2,49	2,50	

28. Шар массой  $m$ , летящий со скоростью  $V_0$  попадает в край стержня массой  $M$ , подвешенного за противоположный конец и застревает в стержне. Определить скорость конца стержня с пулей после удара:

$$V = \frac{mV_0}{m + \frac{1}{3}M}$$

$m$ , г	8,02	8,05	8,00	8,08	8,06	$\theta_m = 5 \text{ мс}$
$V_0$ , м/с	440	420	470	400	410	$\theta_V = 5 \text{ м/с}$
$M$ , кг	3,12	3,10	3,15	3,14	3,11	$\theta_M = 5 \text{ с}$

29. Диск радиуса  $R$  и массой  $m$  катится со скоростью  $V$ . Определить кинетическую энергию диска:  $E_{II} = 0.7mV^2$

$m$ , кг	5,92	6,04	5,98	5,95	5,99	$\theta_m = 5 \text{ мс}$
$V$ , м/с	2,1	2,2	2,0	2,1	2,2	$\theta_V = 0,1 \text{ м/с}$

30. Тележка массой  $m$ , движется под действием силы  $F$ . Определить мгновенную мощность двигателя тележки через  $t$  секунд после начала движения:

$$P = \frac{F^2}{m}t$$

$M$ , г	2502	2500	2503	2500	2501	$\theta_m = 0,5 \text{ г}$
$F$ , Н	5,2	5,3	5,4	5,2	5,4	$\theta_F = 0,05 \text{ Н}$
$t$ , с	15,1	15,2	15,1	15,2	15,0	$\theta_t = 0,1 \text{ с}$

Методом наименьших квадратов определить среднее значение и погрешность:

1. Емкости конденсатора при измерении значения заряда и напряжения на

$$\text{обкладках: } C = \frac{q}{u}$$

$U, \text{ В}$	50,2	60,1	70,2	80,1	90,1	100,1	110,2	120,1	130,0
$q, \text{ нКл}$	2,49	3,00	3,46	4,02	4,50	5,99	5,51	6,02	6,48

140,2	150,2	$\gamma=1$ при $U_{np} = 200 \text{ В}$
7,02	7,46	$Q_q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл.}$

2. Сопротивления резистора при измеренных напряжениях и силе тока:

$$R = \frac{U}{I}$$

$U, \text{ В}$	100,4	110,6	120,8	120,6	140,4	150,6	160,4	170,2
$I, \text{ мА}$	402	439	446	528	564	608	648	682

180,2	190,6	200,4	$\gamma=1,5$ при $U_{np} = 250 \text{ В}$
728	770	798	$\gamma=1$ при $I_{np} = 1000 \text{ мА}$

3. Углового ускорения  $\varepsilon$  при измеренном момента сил и моменте инерции:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}$$

$M, \text{ Н}\cdot\text{м}$	0,201	0,300	0,399	0,502	0,602	0,704	0,798	0,902
$I, \text{ кг}\cdot\text{м}^2 \times 10^3$	528	712	1008	1242	1426	1782	1998	2120

1,010	1,118	$\theta_M = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Нм}$
2504	2898	$\theta_I = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

4. Работы выхода  $A$  электронов с поверхности цезия при облучении квантами с частотой  $\nu$  при задерживающем потенциале  $U_3$ :  $A = h\nu - eU$ ,

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Джс}, e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$\nu \times 10^{15} \text{ Гц}$	0,328	0,352	0,401	0,556	0,667	0,752	0,844	0,912	0,998
$U_3, \text{ В}$	0,010	0,090	0,312	0,954	1,415	1,768	2,128	2,430	2,788

1,122	$\theta_\nu = 5 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$
3,320	$\theta_u = 5 \cdot 10^{-4} \text{ В}$

5. Массы  $m$  тела при измеренной силе, действующей на тело  $F$ , и ускорении

$$a: m = \frac{F}{a}$$

$F, \text{ Н}$	4,12	10,21	15,28	20,35	25,02	30,21	35,28	40,42	45,24	50,18
$a, \text{ м/с}^2$	2,1	4,9	7,5	10,1	12,5	15,0	17,6	20,2	22,5	25,0

$\theta_F = 0,005 \text{ Н}$
$\theta_a = 0,05 \text{ м/с}$

6. Коэффициента сопротивления  $r$  движению тела в диссипативной среде при измеренной силе сопротивления и установившейся скорости

$$\text{тела: } r = \frac{F}{V}$$

$F, \text{ Н}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$5,3 \cdot 10^{-2}$	$8,5 \cdot 10^{-2}$	$13,4 \cdot 10^{-2}$	$18,7 \cdot 10^{-2}$	$23,5 \cdot 10^{-2}$
$V, \text{ м/с}$	0,08	0,12	0,18	0,28	0,45	0,62	0,78

$25,3 \cdot 10^{-2}$	$28,7 \cdot 10^{-2}$	$32,9 \cdot 10^{-2}$	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$
0,84	0,96	1,10	$\theta_V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$

7. Удельной проводимости  $\gamma$  проводника при измеренной плотности тока в

проводнике  $j$  и напряженности  $E$ :  $\gamma = \frac{j}{E}$

$j, A/m^2$	$9,30 \cdot 10^5$	$18,2 \cdot 10^5$	$28,1 \cdot 10^5$	$36,2 \cdot 10^5$	$44,2 \cdot 10^5$	$54,2 \cdot 10^5$	$64,8 \cdot 10^5$
$E, В/м$	1,02	2,01	2,99	1,00	5,01	6,02	6,99

$72,2 \cdot 10^5$	$81,9 \cdot 10^5$	$90,4 \cdot 10^5$	$\theta_j = 5 \cdot 10^4 (A/m^2)$
8,01	9,02	9,99	$\theta_E = 5 \cdot 10^{-3} В/м$

8. Силы постоянного тока  $I$ , протекающего через электролитический

интегратор при измеренном заряде  $q$  и времени  $t$ :  $I = \frac{q}{t}$

$q, Кл$	15	31	44	61	74	90	105	120	136	150
$t, с$	31	62	89	121	150	178	212	241	269	302

$\theta_q = 0,5 Кл$
$\theta_t = 0,5 с$

9. Индуктивности соленоида  $L$  при измеренной э.д.с. самоиндукции и

скорости изменения тока в соленоиде:  $\epsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$

$\epsilon_s, мВ$	5,9	10,1	14,5	20,5	25,1	29,8	35,6	40,2
$\frac{dI}{dt}, A/c$	12	20	29	42	49	61	72	79

44,8	50,1	$\theta_\epsilon = 0,05 мВ$
91	99	$\theta_{\frac{dI}{dt}} = 0,5 A/c$

10. Индуктивности соленоида  $L$  при измеренном постоянном токе в

соленоиде и магнитном потоке в нем:  $L = \frac{\Phi}{I}$

$I, \text{ мА}$	102	201	299	402	499	601	698	801
$\Phi, \text{ Вб} \times 10^6$	490	1010	1490	2010	2480	3010	3498	3980

902	999	$\theta_I = 0,5 \text{ мА}$
4520	5010	$\theta_\Phi = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Вб}$

11. Индукции магнитного поля  $B$  при измеренной силе Ампера, действующей на проводник длиной 20 см с силой тока  $I$ . Проводник перпендикулярен индукции поля.

$B = \frac{F}{Il}$

$F, \text{ Н} \times 10^3$	2,3	3,9	6,0	8,1	10,2	11,8	14,2	15,8
$I, \text{ А}$	1,1	2,0	2,9	4,1	5,0	5,9	7,2	8,0

18,3	20,2	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$
8,9	9,9	$\theta_I = 0,05 \text{ А}$

12. Модуля Юнга  $E$  при измеренных напряжениях сжатия-растяжения и

относительной деформации:  $E = \frac{\sigma}{\Delta l/l}$

$\sigma, \text{ Н/м}^2 \times 10^{-7}$	1,1	2,2	3,1	4,1	4,9	6,2	7,1	8,0	8,9	9,9
$\Delta l/l, \times 10^5$	5,3	10,6	14,5	19,4	23,2	29,6	34,1	37,6	42,5	45,9

$\theta_\sigma = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Н/м}^2$
$\theta_{\frac{\Delta l}{l}} = 5 \cdot 10^{-7}$

13. Модуля сдвига  $G$  при измеренной угловой деформации напряжениях

$$\text{сдвига: } G = \frac{\tau}{\theta}$$

$\tau, \text{Н/м}^2 \times 10^{-6}$	2,8	3,5	4,2	5,3	6,1	6,8	7,5	8,2
$\theta, \text{рад} \times 10^5$	3,6	4,2	5,0	6,7	7,8	8,2	9,1	10,1

8,9	9,8	$\theta_{\tau} = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$
11,2	11,9	$\theta_{\theta} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ рад}$

14. Площади поперечного сечения  $S$  образца по измеренной силе и

$$\text{возникающим напряжениям растяжения: } S = \frac{F}{\sigma}$$

$F, \text{Н}$	2,12	3,41	4,28	5,36	6,12	6,84	7,52	8,33
$\sigma, \text{Н/м}^2 \times 10^{-5}$	4,30	6,72	8,71	10,55	12,44	13,56	15,27	16,55

9,40	9,96	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$
18,94	19,84	$\theta_{\sigma} = 5 \cdot 10^2 \text{ Н/м}^2$

15. Плотности жидкости по измеренному гидростатическому давлению на

$$\text{измеренной глубине: } \rho = \frac{P}{gh}, \quad g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$P, \text{Па}$	$2,1 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^4$	$3,9 \cdot 10^4$	$4,6 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^4$	$6,3 \cdot 10^4$	$7,2 \cdot 10^4$	$8,1 \cdot 10^4$
$h, \text{мм}$	156	244	289	348	418	466	548	595

$8,9 \cdot 10^4$	$9,5 \cdot 10^4$	$\theta_P = 500 \text{ Па}$
678	708	$\theta_h = 0,5 \text{ мм}$

16. Плотности воздуха  $\rho$  по измеренной силе Архимеда и объему  $V$

воздушного шара:  $\rho = \frac{F_A}{Vg}$

$F_A, \text{Н}$	830	880	920	960	980	1000	1020	1050
$V, \text{м}^3$	64,8	71,2	72,0	76,3	77,3	79,2	80,5	83,8

1070	1120	$\theta_F = 5 \text{ Н}$
84,4	88,8	$\theta_V = 0,05 \text{ м}^3$

17. Коэффициента трения скольжения  $\mu$  для тела, лежащего на горизонтальной поверхности, по измеренной массе  $m$  и  $F$  горизонтальной

силе, вызывающей движение:  $\mu = \frac{F}{mg}, g = 9.8 \text{ м/с}^2$

$F, \text{Н}$	3,71	4,62	5,54	7,48	9,35	11,12	13,08	14,82
$m, \text{г}$	2000	2500	3000	4000	5000	6000	7000	8000

16,81	18,58	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$
9,000	10,000	$\theta_m = 0,5 \text{ г}$

18. Давления  $P$  в изобарическом процессе при измеренной работе

расширения и изменении объема газа:  $P = \frac{A}{\Delta V}$

$A, \text{Дж}$	408	509	634	809	1004	1065	1241	1405
$\Delta V, \text{л}$	2,02	2,58	3,15	4,12	4,98	6,35	6,17	7,05

1582	1800	$\theta_A = 0,5 \text{ Дж}$
7,87	9,02	$\theta_{\Delta V} = 10 \text{ см}^3$



19. Массы  $m$  азота, участвующего в адиабатическом процессе по измеренной

работе расширения  $A$  и изменению температуры  $\Delta T$ :  $m = \frac{2}{3} \frac{\mu A}{R \Delta T}$ ,

$$\mu = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$A$ , Дж	1440	1180	1260	1310	1380	1480	1590	1670
$\Delta T$ , К	152	160	168	175	188	198	215	224

1710	1780	$\theta_A = 5$ Дж
230	241	$\theta_{\Delta T} = 1$ К

20. Массы  $m$  гелия, участвующего в изохорическом процессе, по измеренному изменению температуры и сообщенному количеству

теплоты:  $m = \frac{2}{3} \frac{\mu \theta}{R \Delta T}$ ,  $\mu = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ,  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

$\theta$ , Дж	470	744	1035	1392	1691	2109	2192	2452
$\Delta T$ , К	15	24	33	45	54	62	70	79

2656	2923	$\theta_{\theta} = 1$ Дж
85	94	$\theta_{\Delta T} = 1$ К

21. Массы  $m$  кислорода, участвующего в изобарическом процессе, по измеренному изменению температуры и сообщенному количеству

теплоты:  $m = \frac{2}{7} \frac{\mu \theta}{R \Delta T}$ ,  $\mu = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ,  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

$\theta$ , Дж	305	341	404	449	514	549	600	669
$\Delta T$ , К	83	38	44	50	56	61	67	73

724	768	$\theta_{\theta} = 1$ Дж
79	85	$\theta_{\Delta T} = 1$ К

22. Давления  $P$  азота в изобарическом процессе по измеренному изменению

объема и подведенному количеству теплоты:  $P = \frac{2}{7} \frac{\theta}{\Delta V}$

$\theta$ , Дж	332	389	429	488	519	575	612	671
$\Delta V$ , л	0,48	0,55	0,62	0,69	0,75	0,81	0,88	0,95

720	798	$\theta_{\theta}=1$ Дж
1,02	1,15	$\theta_{\Delta V}=10$ см <sup>3</sup>

23. Объема  $V$  водорода в изохорическом процессе по измеренному

изменению давления и количеству подведенной теплоты:  $P = \frac{2}{5} \frac{\theta}{\Delta P}$

$\theta$ , Дж	215	271	320	349	416	462	506	545
$\Delta p$ , Па	4,22	5,48	3,33	7,12	8,25	9,34	10,05	10,83

581	598	$\theta_{\theta} \theta_{\theta}=1$ Дж
11,52	12,04	$\Delta p = 5 \cdot 10^{-3}$ Па

24. Жесткости  $k$  пружины по измеренному значению силы  $F$  и деформации

$\Delta l: k = \frac{F}{\Delta l}$

$F$ , Н	1,04	2,02	3,05	4,02	5,01	6,00	6,99	7,97
$\Delta l$ , мм	5	10	15	20	25	30	35	40

8,96	9,92	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3}$ Н
45	50	$\theta_{\Delta l} = 0,05$ мм

25. Жесткости  $k_\phi$  подвеса крутильного маятника по измеренному значению

момента упругих сил и угла закрутки подвеса:  $k_\phi = \frac{M}{\phi}$

$M$ , Н м	0,012	0,023	0,037	0,45	0,058	0,075	0,081	0,098
$\phi$ , град	3	6	9	12	15	18	21	24

0,109	0,122	$\theta_M = 5 \cdot 10^{-4}$ Нм
27	30	$\theta_\phi = 1$ град

26. Электролитического эквивалента меди  $k$  по измеренной массе меди, а

выделившейся на электродах и пропущенному через них заряду:  $k = \frac{q}{m}$

$q$ , Кл	0,62	0,88	1,12	1,24	1,35	1,44	1,52	1,60
$m$ , мг	20,8	29,3	36,9	40,4	44,8	47,0	50,2	52,3

1,68	1,75	$\theta_q = 0,005$ Кл
54,9	57,9	$\theta_m = 0,1$ мг

27. Угловой скорости  $\omega$  вращения колеса по замером линейной скорости

точек, находящихся на расстоянии  $r$  от оси вращения:  $\omega = \frac{V}{r}$

$r$ , см	5,1	8,4	10,2	12,5	14,5	17,2	18,5	19,6
$V$ , м/с	1,08	1,65	2,07	2,47	2,92	3,40	3,72	3,90

22,0	25,0	$\theta_r = 0,5$ мм
4,44	4,98	$\theta_V = 0,5$ см/с

28. Постоянной пьезоэлектрического эффекта  $k$  по замеренному давлению на

пластину кварца и плотности заряда на его поверхности:  $k = \frac{\sigma}{P}$

$P$ , МПа	1,25	1,82	2,14	2,82	3,48	4,02	4,83	5,55
$\sigma$ , мкМ/м <sup>2</sup>	8,82	12,42	15,08	19,32	24,52	27,82	34,05	38,45

6,48	7,52	$\theta_p = 5$ кПа
45,82	52,33	$\theta \sigma = 5 \cdot 10^{-3}$ мкМ/м <sup>2</sup>

29. Коэффициента поверхностного натяжения воды  $\sigma$  по измеренной силе

натяжения, приходящейся на измеренный смачиваемый периметр:  $\sigma = \frac{F}{l}$

$F$ , Н $\times 10^3$	2,53	3,42	4,48	5,64	6,87	7,34	8,28	9,62
$l$ , см	3,50	4,65	6,15	7,69	9,44	9,97	11,38	13,14

10,12	11,22	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-6}$ Н
13,90	15,33	$\theta_l = 50$ мкМ

30. Коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$  ртути по измерению силы работы увеличения свободной поверхности на известную величину  $\Delta S$ :

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}$$

$A$ , Дж $\times 10^3$	0,18	0,24	0,23	0,72	0,36	0,40	0,44	0,49
$\Delta S$ , см <sup>2</sup>	3,7	4,7	6,0	6,3	7,5	7,9	8,9	9,6

0,55	0,61	$\theta_A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж
10,8	12,4	$\theta_s = 0,05$ см <sup>2</sup>