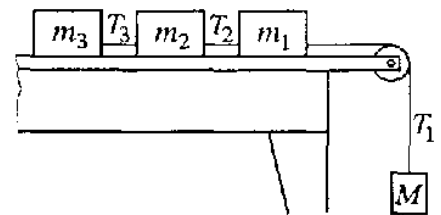


## ЗАДАЧИ К ИНДИВИДУАЛЬНОМУ ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ №2

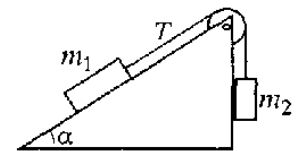
1. Радиус-вектор, определяющий положение движущейся частицы меняется по закону  $\mathbf{r} = 3t^2 \mathbf{i} + 2t \mathbf{j} + \mathbf{k}$ , где  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  орты осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Найти модуль скорости  $v$  в момент времени  $t = 1$  с.
2. Материальная точка движется в плоскости так, что зависимость координат от времени дается уравнениями  $x = At$ ,  $y = Bt + Ct^2$ , где  $A = 2$  м/с,  $B = 2$  м/с,  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>. Определите скорость частицы через 10 с после начала движения.
3. Материальная точка движется согласно уравнению  $\mathbf{r}(t) = A(\mathbf{i} \cos \omega t + \mathbf{j} \sin \omega t)$ , где  $A = 0.5$  м,  $\omega = 5$  с<sup>-1</sup>. Изобразите на рисунке траекторию движения. Определите модуль скорости  $|\mathbf{v}|$  и модуль нормального ускорения  $|\mathbf{a}_n|$ .
4. Координата  $x$  движущейся частицы меняется по закону  $x = A \cos(2\pi t/T)$ ,  $A = 8$  см. Найти выражения для проекций на ось  $x$  скорости  $\mathbf{v}$  и ускорения  $\mathbf{a}$  частицы, составляющую  $v_x$  средней скорости частицы на интервале времени от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = T/8$ .
5. Материальная точка движется в плоскости  $xOy$  по закону  $x = At$ ,  $y = At(1 - Bt)$ , где  $A$  и  $B$  положительные константы. Найдите уравнение кривой, описывающей траекторию частицы, и изобразите ее график. Определите зависимости от времени абсолютных величин скорости и ускорения частицы.
6. Закон движения двух материальных точек выражается уравнениями  $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ ;  $B_1 = 4$  м/с,  $C_1 = -4$  м/с<sup>2</sup>,  $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$ ;  $B_2 = 1$  м/с,  $C_2 = 0.5$  м/с<sup>2</sup>. Определите момент времени  $t_e$ , когда скорости точек будут одинаковы. Найдите значения скорости и ускорений точек в этот момент.
7. В момент времени  $t = 0$  частица начала двигаться из начала координат в положительном направлении оси  $x$ . Ее скорость меняется по закону  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(1 - t/T)$ , где  $\mathbf{v}_0$  - вектор начальной скорости, модуль которого  $v_0 = 0.1$  м/с;  $T = 5.0$  с. Найдите координату частицы в момент времени  $t_1 = 8$  с и постройте график зависимости пути от времени.
8. Зависимость координаты частицы от времени дается уравнением  $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $A = 0.1$  м,  $B = 0.1$  м/с,  $C = 0.14$  м/с<sup>2</sup>,  $D = 0.01$  м/с<sup>3</sup>. Найдите среднее ускорение и среднюю скорость за первые 10 с движения.
9. В течение интервала времени  $T = 4$  с скорость тела меняется по закону  $v = At^2 + Bt$ , где  $A = 2$  м/с<sup>3</sup>,  $B = 4$  м/с<sup>2</sup>, ( $0 \leq t \leq T$ ). Найдите среднюю скорость, и среднее ускорение за этот промежуток времени.
10. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через  $t = 4$  с камень упал на землю на расстоянии  $L = 40$  м от основания вышки. Определите начальную  $v_0$  и конечную  $v_f$  скорости камня.
11. Материальная точка движется в плоскости  $xOy$  по закону  $x = A \sin \omega t$ ,  $y = A(1 - \cos \omega t)$ , где  $A$  и  $\omega$  положительные константы. Найдите уравнение кривой, описывающей траекторию частицы, изобразите ее вид и направление движения частицы.

12. Камень брошен со скоростью  $v_0 = 30$  м/с под углом  $60^\circ$  к горизонту. Определите радиус кривизны траектории в верхней ее точке.
13. Компоненты скорости частицы меняются по закону  $v_x = A\omega \cos\omega t$ ;  $v_y = A\omega \sin\omega t$ ;  $v_z = 0$ , где  $A = 15$  см и  $\omega = 3$  с<sup>-1</sup>. Изобразите на рисунке траекторию частицы и направление ее движения.
14. Два бруска лежат на гладком столе один на другом. Масса верхнего бруска  $m_1 = 2$  кг, нижнего  $m_2 = 4$  кг. Коэффициент трения между брусками  $k = 0.3$ . Какую максимальную силу можно приложить к верхнему бруску в горизонтальном направлении, чтобы он не проскальзывал?

15. На гладкую горизонтальную плоскость помещены три тела массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , связанные нитями между собой и с телом массой  $M$ , привязанное к нити, перекинутой через блок (рис.). Найти ускорение  $a$  системы. Найти натяжения всех нитей. Трением в блоке, массами блоков и нитей пренебречь.



16. На верхнем краю гладкой наклонной плоскости укреплен блок, через который перекинута нить (рис.). На одном ее конце привязан груз массы  $m_1$ ; лежащий на наклонной плоскости. На другом конце висит груз массы  $m_2$ . С каким ускорением  $a$  движутся грузы и каково натяжение  $T$  нити? Наклонная плоскость образует с горизонтом угол  $\alpha$ .



17. Движущаяся частица претерпевает упругое соударение с покоящейся частицей такой же массы. Доказать, что после столкновения, если оно не было центральным, частицы разлетятся под прямым углом друг к другу. Как будут двигаться частицы после центрального соударения?
18. Частица, имея начальную скорость 4 м/с, движется прямолинейно с отрицательным ускорением, модуль которого зависит от ее скорости по закону  $a = 5\sqrt{v}$  (м/с). Найдите время движения частицы до остановки.
19. Колесо вращается так, что его угловая координата задана уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $B = 2$  рад/с;  $C = 1$  рад/с<sup>2</sup>. Найдите угловое ускорение точек на ободе колеса через 2 с после начала движения.
20. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что его координата определяется уравнением  $\varphi = 0,5t^2$  (рад). Найдите касательное ускорение его точек, отстоящих от оси вращения на 80 см.
21. Диск радиусом 10 см вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая координата определяется уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $B = 1$  рад/с,  $C = 1$  рад / с<sup>2</sup>,  $D = 1$  рад/с<sup>3</sup>. Вычислите касательное ускорение точек на ободе колеса к концу первой секунды.

22. Частица движется по окружности радиусом 2 см, при этом зависимость ее пути от времени задана уравнением  $s = 0,1 t^3$  (см). Найдите касательное ускорение частицы в тот момент времени, когда ее линейная скорость стала 0,3 м/с.
23. Частица движется по окружности так, что ее угловая координата задана уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $B = 1$  рад/с,  $C = 1$  рад/с<sup>2</sup>,  $D = 1$  рад/с<sup>3</sup>. Вычислите радиус окружности, если к концу первой секунды движения ее нормальное ускорение равно 1,8 м/с<sup>2</sup>.
24. Нормальное ускорение частицы, движущейся по окружности радиусом 4 м, задается уравнением  $a_n = 1 + 6t + 9t^2$  (м/с<sup>2</sup>). Вычислите касательное ускорение частицы через 1 с после начала движения.
25. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая координата определяется уравнением  $\varphi = 0,5 t^2$  (рад). Вычислите полное ускорение точек, отстоящих от оси вращения на 80 см к концу второй секунды движения.
26. Колесо радиусом 10 см вращается так, что линейная скорость точек на его ободе задана уравнением  $v = 3t + t^2$  (см/с). Найдите угол между вектором полного ускорения и радиусом колеса спустя 1 с после начала движения.
27. Частица движется по окружности, причем зависимость ее пути от времени задана уравнением  $s = A - Bt + Ct^2$ , где  $B = 2$  м/с,  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>. В момент времени 2 с ее нормальное ускорение равно 0,5 м/с<sup>2</sup>. Найдите полное ускорение частицы через 3 с после начала движения.
28. Модуль импульса частицы массой 2 кг изменяется по закону  $p = 10 \cos \pi t$  (кгм/с). В начальный момент времени радиус-вектор частицы равен нулю. Найдите модуль радиус-вектора частицы через 1/3 секунды.
29. Если путь частицы массой 2 кг изменяется по закону  $s = 5 \sin \pi t$  (см). Найдите ближайший момент времени от начала ее движения, когда модуль импульса частицы становится максимальным.
30. Частица массой 1 кг движется прямолинейно по закону  $x = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ , где  $C = 2$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>,  $D = 0,4$  м/с<sup>3</sup>. Найдите модуль силы, действующей на частицу в конце первой секунды ее движения.
31. Частица массой 1 кг в начальный момент времени имеет радиус-вектор  $\mathbf{r}_0 = 2 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}$ , где  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  орты осей  $x$ ,  $y$ . На нее действует сила  $\mathbf{F} = 1,5y^2 \mathbf{i} + 3x^2 \mathbf{j} - 0,2(x^2 + y^2) \mathbf{k}$ . Найдите модуль этой силы в начальный момент времени.
32. Десять шариков массами 100 г, 200 г, ..., 1000 г укреплены в указанном порядке на невесомом стержне длиной 90 см. На каком расстоянии от центра самого легкого шарика будет находиться центр масс системы, если расстояние между соседними шариками 10 см?
33. В двух вершинах равностороннего треугольника помещены шарики с массами  $m$  каждый, а в третьей вершине – с массой  $2m$ . Где будет находиться центр масс данной системы.

34. Автобус массой 5 т начинает двигаться от остановки так, что его скорость в зависимости от пройденного пути изменяется по закону  $v = \sqrt{s}$  (м/с). Найдите суммарную работу всех сил, действующих на автобус за первые 15 с от начала движения.
35. Воздушный поток ( $\rho = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>) сечением 0,55 м<sup>2</sup> имеет скорость 20 м/с. Чему будет равна мощность этого потока?
36. Зависимость потенциальной энергии частицы в поле центральных сил от расстояния  $r$  до центра поля задана функцией  $W_p(r) = r^{-3}$  Дж. Найдите модуль силы, действующей на частицу в точке с координатами (0,4; 0,5; 0,6).
37. Шар массой 2 кг движется со скоростью 8 м/с и догоняет шар массой 3 кг, который движется со скоростью 4 м/с. Найдите работу деформации шаров при их центральном неупругом ударе.
38. В боковой поверхности сосуда с жидкостью, стоящего на горизонтальной плоскости, имеется малое отверстие. Высота неизменного уровня жидкости над этим отверстием составляет 36 см, а расстояние от отверстия до дна сосуда 144 см. Найдите дальность горизонтального полета струи жидкости из этого отверстия.
39. Колесо радиусом  $R = 3$  см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $D = 1$  с<sup>-3</sup>. Найдите для точек обода изменение модуля тангенциального ускорения  $\Delta a_t$  за пятую секунду движения.
40. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 2$  с<sup>-2</sup>. Через  $t = 0.5$  с после начала движения полное ускорение точек на ободе колеса стало равным  $a = 15$  см/с<sup>2</sup>. Найдите радиус колеса.
41. Через  $t = 10$  с после начала вращения с постоянным угловым ускорением полное ускорение точек на ободе диска радиусом  $R = 5$  см равно  $a = 15$  см/с<sup>2</sup>. Определите угловое ускорение диска, а также нормальное и тангенциальное ускорения точек обода через  $t = 5$  с после начала вращения.
42. По дуге окружности радиусом  $R = 15$  м движется материальная точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение частицы  $a_n = 4.9$  м/с<sup>2</sup>, а вектор полного ускорения образует с радиусом вращения угол  $60^\circ$ . Найдите скорость  $v$  и тангенциальное ускорение  $a_t$  этой частицы в этот момент времени.
43. Материальная точка движется по окружности радиуса  $R = 5$  см так, что зависимость пути от времени дается уравнением  $S = A + Bt + Ct^2$ , где  $B = -2$  м/с,  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>. Найдите линейную скорость частицы, ее нормальное и полное ускорение через  $t = 3$  с после начала движения.
44. Движение частицы по кривой задано уравнениями  $x = A_1 t^3$  и  $y = A_2 t$  где  $A_1 = 2$  м/с<sup>3</sup>,  $A_2 = 2$  м/с. Определите скорость и полное ускорение частицы через 0.8 с после начала движения.

45. Материальная точка движется в плоскости  $xOy$  по закону  $x = A \sin \omega t$ ,  $y = B \cos \omega t$ , где  $A$ ,  $B$  и  $\omega$  положительные константы,  $A = B = 5$  см. Найдите уравнение кривой, описывающей траекторию частицы, изобразите ее вид и направление движения частицы.
46. Материальная точка движется по дуге окружности радиуса  $R$  по закону  $L = A \sin \omega t$ , где  $L$  смещение из начального положения, отсчитываемое вдоль дуги,  $A$  и  $\omega$  положительные константы. Найдите полное ускорение частицы в точке  $L = 0$ .
47. Частица движется по окружности радиусом  $R = 5$  м согласно уравнению  $L = At^3$ , где  $A = 2$  м/с<sup>3</sup>,  $L$  путь, пройденный частицей. В какой момент времени тангенциальное ускорение частицы будет равно нормальному? Вычислите полное ускорение частицы в этот момент времени.
48. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = -3$  с<sup>-2</sup>. Определите число  $N$  оборотов, которое сделает колесо при изменении частоты вращения от  $n_1 = 240$  мин<sup>-1</sup> до  $n_2 = 90$  мин<sup>-1</sup>, а также интервал времени  $\Delta t$ , в течение которого это произойдет.
49. Материальная точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением  $a_\tau = 0.5$  м/с<sup>2</sup>. Определите полное ускорение частицы на участке, где радиус кривизны составляет  $R = 4$  м, если частица движется в этот момент со скоростью  $v = 2$  м/с.
50. Частица движется по окружности радиуса  $R = 10$  см со скоростью  $v = At$ , где  $A = 0.5$  м/с<sup>2</sup>. Найдите ее полное ускорение в момент времени, когда она пройдет расстояние  $L$ , равное  $0.1$  длины окружности после начала движения.
51. Компоненты скорости материальной точки меняются по закону  $v_x = A\omega \cos \omega t$ ;  $v_y = A\omega \sin \omega t$ ;  $v_z = 0$ , где  $A = 10$  см и  $\omega = 3$  с<sup>-1</sup>. Изобразите на рисунке траекторию частицы и направление ее движения.
52. Колесо радиуса  $R = 1$  м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , где  $B = 2$  с<sup>-1</sup>,  $C = 1$  с<sup>-3</sup>. Найти линейную скорость и тангенциальное ускорение для точек обода через  $\Delta t = 3$  с после начала движения.
53. На барабан радиуса  $R = 0.5$  м намотана нить, барабан вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его ось симметрии, под действием груза, подвешенного к нити. Груз движется с постоянным ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>. Найти угловое ускорение вращения барабана и полное ускорение точек на его поверхности через  $\Delta t = 1$  с после начала вращения барабана.
54. Материальная точка движется по окружности радиуса  $R = 0.2$  м с постоянным угловым ускорением. Через  $t = 20$  с после начала движения угловая скорость частицы  $\omega = 20$  с<sup>-1</sup>. Определите число  $N$  оборотов, которое совершила за это время частица, и нормальное ускорение к концу десятой секунды.
55. Частица движется по окружности радиуса  $R = 15$  см с постоянным тангенциальным ускорением  $a_\tau$ . Найдите это ускорение, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения скорость частицы стала равной  $v = 79.2$  см/с.

56. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $B = 1 \text{ с}^{-1}$ ,  $C = 2 \text{ с}^{-2}$ ,  $D = 1 \text{ с}^{-3}$ . Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса,  $a_n = 3.46 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2$ .
57. Найти работу, которую нужно совершить, чтобы увеличить скорость движения тела от  $v_1 = 2 \text{ м/с}$  до  $v_2 = 6 \text{ м/с}$  на пути  $s = 15 \text{ м}$ . На всем пути действует постоянная сила трения  $F_{\text{тр}} = 2 \text{ Н}$ . Масса тела  $m = 1 \text{ кг}$ .
58. Находясь под действием постоянной силы с компонентами (3, 10, 8) Н частица переместилась из точки 1 с координатами (1, 2, 3) м в точку 2 с координатами (3, 2, 1) м. Какая совершилась при этом работа? Как изменилась кинетическая энергия частицы?
59. Автомобиль «Жигули» на скорости  $v = 50 \text{ км/ч}$  способен двигаться вверх по дороге с уклоном  $\alpha = 15^\circ$ . При движении по ровной дороге с таким же покрытием и на той же скорости мощность, расходуемая двигателем, составляет  $N = 20 \text{ л.с.}$  (1 л.с. = 736 Вт). Найти максимальную мощность двигателя, если масса автомобиля 1200 кг.
60. Лодка длиной  $L_0$  наезжает, двигаясь по инерции, на отмель и останавливается из-за трения, когда половина ее длины оказывается на суше. Какова была начальная скорость лодки  $v$ ? Коэффициент трения равен  $\mu$ .
61. Лодка массы  $M$  с находящимся в ней человеком массы  $m$  неподвижно стоит на спокойной воде. Человек начинает идти вдоль по лодке со скоростью  $u$  относительно лодки. С какой скоростью  $w$  будет двигаться человек относительно воды? С какой скоростью  $v$  будет при этом двигаться лодка относительно воды? Сопротивление воды движению лодки не учитывать.
62. Человек прошел вдоль по лодке, описанной в предыдущей задаче, путь  $l$ . Каковы при этом будут смещения лодки  $S_1$  и человека  $S_2$  относительно воды?
63. Две пружины жесткостью  $3 \cdot 10^2 \text{ Н/м}$  и  $6 \cdot 10^2 \text{ Н/м}$  соединены последовательно. Определить работу по растяжению обеих пружин, если вторая пружина растянута на 3 см. Определить также коэффициент жесткости системы двух пружин.
64. Математический маятник (груз малых размеров на легком подвесе длиной  $l$ ) находится в положении равновесия. Определить какую минимальную скорость  $u$  надо сообщить грузу, чтобы он мог совершить полный оборот, для двух случаев: а) груз подвешен на жестком стержне; б) на нити.
65. Два идеально упругих шарика массами  $m_1$  и  $m_2$  вдоль одной и той же прямой со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . Во время столкновения шарики начинают деформироваться, и часть кинетической энергии переходит в потенциальную энергию деформации. Затем деформация уменьшается, и запасенная потенциальная энергия вновь переходит в кинетическую. Найти значение потенциальной энергии деформации в момент, когда она максимальна.
66. Шар, летящий со скоростью  $V$ , ударяется о покоящийся шар, масса которого в 4 раза больше массы налетающего шара. Найти скорости шаров после удара, если в момент

столкновения угол между линией, соединяющей центры шаров, и скоростью налетающего шара до удара равен  $60^\circ$ . Удар абсолютно упругий. Трения нет.

67. Два шарика падают в воздухе. Шарики сплошные, сделаны из одного материала, но диаметр одного из шариков вдвое больше другого. В каком соотношении будут находиться скорости шариков при установившемся (равномерном) движении? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна площади поперечного сечения движущегося тела и квадрату его скорости.
68. Стальной шарик радиуса  $0,03$  мм падает в широкий сосуд, наполненный глицерином. Найти скорость  $v$  установившегося (равномерного) движения шарика. Коэффициент внутреннего трения в глицерине равен  $\eta = 14$  дин-с/см<sup>2</sup>, плотность глицерина  $d_x = 1,26$  г/см<sup>3</sup>, плотность стали  $d_2 = 7,8$  г/см<sup>3</sup>. (1 дин =  $10^{-5}$  Н).

*Указание.* Для решения задачи воспользоваться гидродинамической формулой Стокса, выражающей силу сопротивления, испытываемую шариком, движущимся в вязкой жидкости:  $f = 6\pi r v \eta$ .

69. Дождевая капля диаметром  $0,6$  мм падает в воздухе ( $\rho = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\eta = 10^{-5}$  Пас). Найдите наибольшую скорость, которой может достичь капля.
70. Железный шарик ( $\rho = 7900$  кг/м<sup>3</sup>) диаметром  $5$  мм падает в касторовом масле ( $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>,  $\eta = 1$  Пас). Вычислите число Рейнольдса при установившемся движении шарика.