

Лабораторная работа 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

Цели работы: исследование конфигурации электростатического поля; построение эквипотенциалей и линий напряженности для заданной формы электродов; приобретение навыков в применении теоремы Гаусса на примере определения емкости системы по экспериментально найденному распределению поля.

Приборы и принадлежности: пантограф с зондом, измерительная схема, лист чистой бумаги.

Общие сведения

Электростатическое поле определено, если в каждой точке пространства известны величина и направление вектора напряженности E или значение потенциала φ этого поля. В первом случае мы имеем дело с векторным представлением поля, во втором – со скалярным. Между этими представлениями существует связь, выражающаяся соотношением

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi. \quad (1.1)$$

В диэлектриках электростатическое поле характеризуется вектором электрического смещения (электрической индукции) $\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$, который удовлетворяет теореме Гаусса:

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{S} = Q,$$

где Q – суммарный сторонний заряд, заключенный в объеме, ограниченном поверхностью S . Для однородного диэлектрика

$$\oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad (1.2)$$

Электрическое поле потенциально, т. е. работа электрических сил по перемещению заряда не зависит от формы траектории; работа по замкнутому пути равна нулю. Математически это соответствует тому, что циркуляция вектора напряженности электростатического поля также равна нулю:

$$\oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0, \quad (1.3)$$

Соотношения (1.2) и (1.3) дают исчерпывающее описание свойств электростатического поля. В данной работе рассматриваются две типичные задачи электростатики: определение φ и E поля заданного распределения зарядов и вычисление емкости системы проводников.

Во многих случаях прямой расчет электростатического поля заменяют его моделированием. Наиболее удобной моделью является электрическое поле в проводящей среде.

Если электроды, к которым приложена разность потенциалов, помещены в проводящую среду, то в межэлектродном пространстве возникает электрический ток, плотность j которого связана с напряженностью E электрического поля, установившегося в среде, законом Ома:

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}, \quad (1.4)$$

где γ – удельная проводимость среды.

Таким образом, линии тока (траектории носителей тока в проводящей среде) совпадают с линиями напряженности электрического поля. В отсутствие сторонних сил линии тока будут перпендикулярны поверхностям равного потенциала; следовательно, соотношение (1.1) справедливо и для электрического поля в проводящей среде.

Продолжая аналогию, можно для электрического поля в проводящей среде найти соотношение, подобное теореме Гаусса (1.2). Если не рассматривать перенос заряда сторонними силами, то из очевидного выражения

$$I = \oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S},$$

где I – ток, текущий от электрода, а S – замкнутая поверхность, охватывающая электрод, придем к соотношению

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot j \, d\mathbf{S} = \frac{I}{\gamma},$$

подобному (1.2). Потенциальный характер электрического поля в проводящей среде иллюстрируется соотношением

$$\oint_L \mathbf{j} d\mathbf{l} = 0,$$

которое легко доказать, вычисляя, например, циркуляцию вектора \mathbf{j} по замкнутому контуру L , расположенному на эквипотенциальной поверхности. Учитывая (1.4), получим подобное (1.3) выражение:

$$\oint_L \mathbf{E}_j d\mathbf{l} = 0.$$

На основании подобия свойств векторов \mathbf{E} и \mathbf{E}_j можно сделать вывод о возможности моделирования электростатического поля электрическим полем в проводящей среде, если соблюдается подобие формы и расположения электродов в пространстве. Масштабные коэффициенты проводящей модели вычисляются из сопоставления тока I и заряда Q , а также удельной проводимости и абсолютной диэлектрической проницаемости модели и электростатического аналога с учетом их размеров.

Электрическое поле проводящей модели определяют, измеряя распределение потенциалов в ней, после чего, используя (1.1), рассчитывают поле вектора напряженности.

Емкость системы электродов определяют прямым измерением сопротивления проводящей среды между электродами. Можно показать, что

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\gamma R},$$

где R – сопротивление проводящей среды.

Можно также вычислить емкость электродов с использованием теоремы Гаусса, учитывая, что

$$C = Q/U,$$

где U – напряжение, равное разности потенциалов между электродами модели, получаем для определения емкости

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \oint_S \mathbf{E}_j d\mathbf{S}}{U}, \quad (1.5)$$

где \mathbf{E}_j – вектор, который вычисляется по поверхности, охватывающей электрод моделируемой системы; ε – относительная диэлектрическая проницаемость моделируемого диэлектрика.

Соотношение (1.5) удобно тем, что в качестве поверхности S берется определенная по модели эквипотенциальная поверхность.

Методика измерений

В настоящей работе моделируется плоское поле, потенциал и напряженность которого зависят от двух координат. Плоским является поле двухпроводной линии или же поле, образованное заряженной плоскостью и проводником. Для описания полей достаточно найти распределение в плоскости, перпендикулярной к электродам, тогда полная картина поля образуется смещением полученного сечения вдоль оси, перпендикулярной к этому сечению.

В экспериментальной установке воспроизводится сечение системы электродов, формирующих один из возможных вариантов плоского поля. В качестве проводящей среды используется проводящая бумага. Электрическая схема измерительной установки приведена на рис. 1.1.

Схема представляет собой мост постоянного тока, одно плечо которого образовано сопротивлениями участков ab и bc потенциометра R_1 между его концевыми и подвижными контактами; другое плечо – сопротивлениями участков проводящей бумаги 1 между зондом 2 и электродами. В диагональ моста включен микроамперметр PA_1 . Ток в диагонали моста равен нулю,

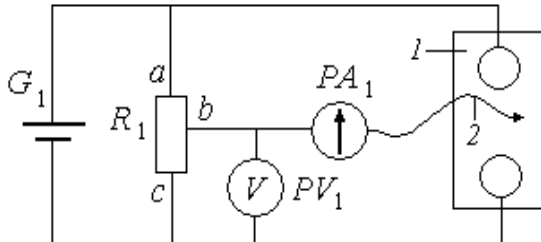


Рис. 1.1

когда падение напряжения на участке bc резистора R_1 равно разности потенциалов между зондом и нижним по схеме электродом. Потенциал одного электрода принимается равным нулю.

Перемещая зонд по листу проводящей бумаги, можно исследовать распределение потенциала на поверхности листа. С помощью пантографа координаты зонда переносятся на чистый лист бумаги, закрепленный под вторым плечом пантографа. Если отмечать точки, соответствующие одному и тому же падению напряжения на участке bc резистора R_1 , а затем менять его с заданным шагом $\Delta\varphi$, то в получится карта эквипотенциалей с шагом $\Delta\varphi$.

карте поля. E_i определяется по формуле

$$E_i = (\varphi_0 - \varphi_1) / \Delta r_i, \quad (1.6)$$

где Δr_i – расстояние между соответствующими отрезками электрода и ближайшей к нему эквипотенциалью; $(\varphi_0 - \varphi_1)$ – разность потенциалов между электродом и ближайшей к нему эквипотенциалью.

Заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности цилиндра, вычисляется по теореме Гаусса суммированием потоков через все элементы поверхности цилиндра:

$$Q = \varepsilon \varepsilon_0 \sum \Delta \Psi_i.$$

Последнее соотношение используется для нахождения емкости единицы длины (погонной емкости) моделируемой системы:

$$C_h = C / h = [\varepsilon \varepsilon_0 (\varphi_0 - \varphi_1) / U] \sum \left(\frac{\Delta l_i}{\Delta r_i} \right). \quad (1.7)$$

Указания по выполнению наблюдений и обработке результатов

1. Закрепить на правой плате пантографа карту (лист чистой бумаги, равный по размеру проводящему листу). С помощью пантографа перенести на карту очертания электродов. Собрать схему и включить измерительную установку.

2. Измерить разность потенциалов между электродами. Для этого надо установить зонд на один из электродов и, вращая ручку потенциометра R_1 , добиться исчезновения тока через микроамперметр. Показания вольтметра PV_1 будут соответствовать потенциалу электрода. Аналогичную операцию проделать для другого электрода.

3. Сместить зонд на небольшое (5...7 мм) расстояние от электрода. Потенциометром установить нуль микроамперметра, при этом вольтметр покажет значение потенциала в данной точке поля. Перемещая зонд с сохранением нулевых показаний микроамперметра, перенести на карту 10–12 точек первой эквипотенциали, которая должна быть замкнутой. Соединив полученные точки плавной линией, изобразить эквипотенциаль на карте, рядом записать значение потенциала.

4. Вращая ручку потенциометра R_1 , изменить показание вольтметра на $\Delta \varphi$ (указана на панели установки) и, перемещая зонд по поверхности бумаги,

найти и перенести на карту положения 10–12 точек, для которых сохраняются нулевые показания микроамперметра PA_1 . Подобным образом с шагом $\Delta\varphi$ построить семейство эквипотенциалей, заполняющих всю поверхность листа. Чтобы находить точки с одинаковым потенциалом, следует руководствоваться соображениями об ожидаемой конфигурации поля.

5. Построить на полученной карте силовые линии электрического поля. Вычислить по формуле (1.6) и построить (масштаб указать на карте) векторы напряженности на каждом отрезке первой эквипотенциали.

6. Вычислить по формуле (1.7) погонную емкость моделируемой системы (значение ε указано на панели установки).

7. Вывести аналитическое выражение для погонной емкости моделируемой системы, рассчитать теоретическое значение емкости, используя данные измерений геометрических размеров моделируемой системы, и сравнить полученное значение с вычисленным по п. 6.

8. Рассчитать значение плотности энергии электрического поля в пределах каждого из отрезков первой эквипотенциали ($w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2$).

В отчете дать теоретическое обоснование метода моделирования.

Контрольные вопросы и задания

1. Изобразите (качественно) картину электрического поля для конфигурации заряженных тел, заданной преподавателем.

2. Докажите, что силовые линии электрического поля и эквипотенциали ортогональны.

3. Найдите напряженность поля в точке, указанной преподавателем.

4. Объясните, почему проводящая среда может служить моделью для электростатического поля.

5. Напишите соотношение, связывающее напряженность электрического поля и его потенциал.

