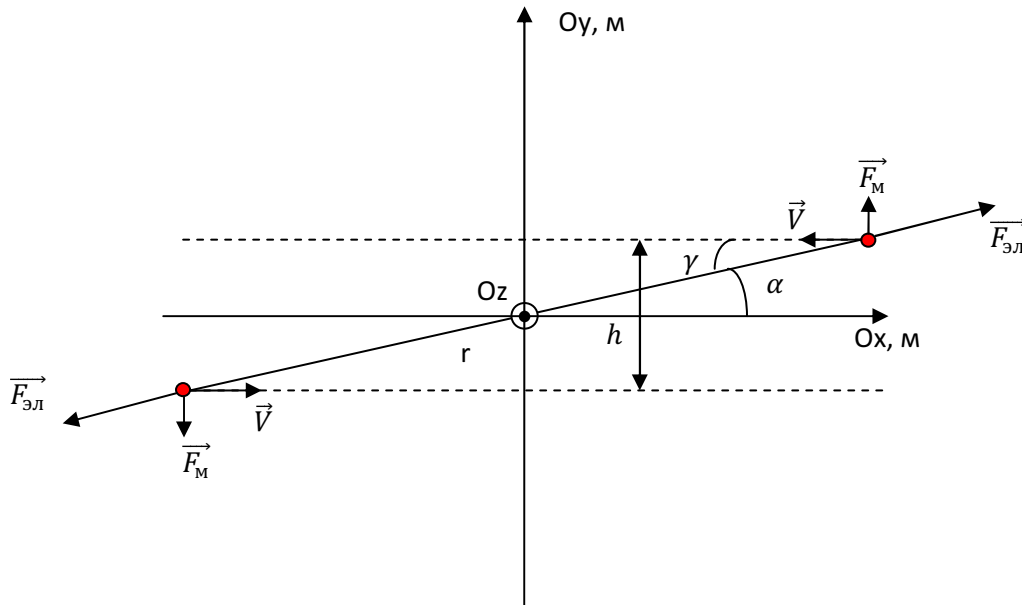


Задача: определить траекторию движения двух одинаковых заряженных частиц, летящих навстречу друг другу с одинаковой скоростью V в электромагнитном поле, при условии, что в начальный момент расстояние между ними по оси Oy равно h .



Поставленную задачу будем решать пошаговым моделированием, методом Рунге – Кутты — один из методов решения задач, выходящих из школьного курса физики. Выберем определенное начальное положение зарядов (x, y) . На движущиеся заряды будут действовать электрическая и магнитная силы, причем электрическое и магнитное поле меняются со временем. Возьмем шаг изменения времени $dt = 0.0002$. Найдем уравнения движения зарядов:

Внимание: скорость верхнего правого заряда $-V$, а левого нижнего V !

1. Найдем сначала уравнение движения верхнего заряда:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} + \sin^{-1} \frac{y}{r}$$

$$r = 2\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$F = F_{эл} + F_м$$

$$F_{эл} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$F_M = q[\vec{V}, \vec{B}], \quad [\vec{V}, \vec{B}] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = iv_y B_z - jv_x B_z$$

$$F_M = q(iv_y B_z - jv_x B_z)$$

$$B_z = \left| \frac{\mu_0 q [\vec{V}, \vec{r}]}{4\pi r^3} \right| = \left| \frac{\mu_0 q V \sin(V, r)}{4\pi r^2} \right| = \left| \frac{\mu_0 q V \sin(\gamma)}{4\pi r^2} \right|$$

$$F_x = \left(\frac{q^2 \cos \alpha}{4\pi \epsilon r^2} + q^2 v_y \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

$$F_y = \left(\frac{q^2 \sin \alpha}{4\pi \epsilon r^2} - q^2 v_x \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

$$dp_x = F_x dt$$

$$dp_y = F_y dt$$

$$p_x = mv_x + dp_x$$

$$p_y = mv_y + dp_y$$

$$dx = \frac{p_x}{m} dt$$

$$dy = \frac{p_y}{m} dt$$

$$x_1 = x + dx$$

$$y_1 = y + dy$$

$$v_{1x} = v_x + \frac{dp_x}{m}$$

$$v_{1y} = v_y + \frac{dp_y}{m}$$

$$V = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}$$

По данным формулам можно пошагово рассчитать траекторию движения верхнего заряда до момента, когда $F_x = 0$. После этого шага поменяется направление $\vec{F}_{эл}$, а следовательно, чтобы правильно высчитать дальнейшую траекторию нужно поменять знак:

$$F_x = \left(-\frac{q^2 \cos \alpha}{4\pi \epsilon r^2} + q^2 v_y \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

$$F_y = \left(-\frac{q^2 \sin \alpha}{4\pi\epsilon r^2} - q^2 v_x \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

2. Для левого нижнего заряда справедливы выше приведенные формулы, но так как для нижнего заряда направление $\vec{F}_{Эл}$ и \vec{F}_M будут противоположны направлению $\vec{F}_{Эл}$ и \vec{F}_M верхнего заряда, то соответственно и знаки будут противоположны.

$$F_x = \left(-\frac{q^2 \cos \alpha}{4\pi\epsilon r^2} + q^2 v_y \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

$$F_y = \left(-\frac{q^2 \sin \alpha}{4\pi\epsilon r^2} - q^2 v_x \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

Также необходимо помнить, что после шага, когда $F_x = 0$, направление $\vec{F}_{Эл}$ нижнего заряда измениться тоже

$$F_x = \left(\frac{q^2 \cos \alpha}{4\pi\epsilon r^2} + q^2 v_y \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

$$F_y = \left(\frac{q^2 \sin \alpha}{4\pi\epsilon r^2} - q^2 v_x \left| \frac{\mu_0 V \sin \gamma}{4\pi r^2} \right| \right)$$

Для реализации пошагового моделирования была использована программа MatLab.

Для определения траектории движения зарядов были использованы значения:

$$q = 50 * 10^{-17} \text{ Кл}, v = 7000 \frac{\text{М}}{\text{с}}, m = 9 * 10^{-31} \text{ кг}, \epsilon = 8.85 * 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{М}}, \mu = 1.26 * 10^{-6} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2},$$

$$dt = 0.0002c$$

начальные координаты правого заряда (100; 20), левого (-100; -20).