

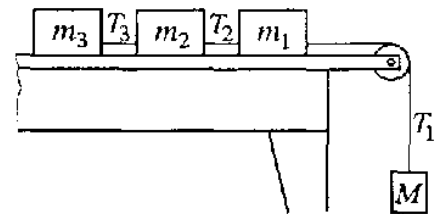
ЗАДАЧИ К ИНДИВИДУАЛЬНОМУ ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ №2

(график в конце файла)

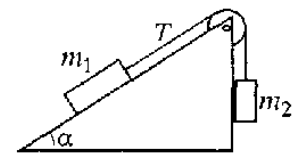
1. Радиус-вектор, определяющий положение движущейся частицы меняется по закону $\mathbf{r} = 3t^2 \mathbf{i} + 2t \mathbf{j} + \mathbf{k}$, где \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} орты осей x , y , z . Найти модуль скорости v в момент времени $t = 1$ с.
2. Материальная точка движется в плоскости так, что зависимость координат от времени дается уравнениями $x = At$, $y = Bt + Ct^2$, где $A = 2$ м/с, $B = 2$ м/с, $C = 1$ м/с². Определите скорость частицы через 10 с после начала движения.
3. Материальная точка движется согласно уравнению $\mathbf{r}(t) = A(\mathbf{i} \cos \omega t + \mathbf{j} \sin \omega t)$, где $A = 0.5$ м, $\omega = 5$ с⁻¹. Изобразите на рисунке траекторию движения. Определите модуль скорости $|\mathbf{v}|$ и модуль нормального ускорения $|\mathbf{a}_n|$.
4. Координата x движущейся частицы меняется по закону $x = A \cos(2\pi t/T)$, $A = 8$ см. Найти выражения для проекций на ось x скорости \mathbf{v} и ускорения \mathbf{a} частицы, составляющую v_x средней скорости частицы на интервале времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = T/8$.
5. Материальная точка движется в плоскости xOy по закону $x = At$, $y = At(1 - Bt)$, где A и B положительные константы. Найдите уравнение кривой, описывающей траекторию частицы, и изобразите ее график. Определите зависимости от времени абсолютных величин скорости и ускорения частицы.
6. Закон движения двух материальных точек выражается уравнениями $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$; $B_1 = 4$ м/с, $C_1 = -4$ м/с², $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$; $B_2 = 1$ м/с, $C_2 = 0.5$ м/с². Определите момент времени t_e , когда скорости точек будут одинаковы. Найдите значения скорости и ускорений точек в этот момент.
7. В момент времени $t = 0$ частица начала двигаться из начала координат в положительном направлении оси x . Ее скорость меняется по закону $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(1 - t/T)$, где \mathbf{v}_0 - вектор начальной скорости, модуль которого $v_0 = 0.1$ м/с; $T = 5.0$ с. Найдите координату частицы в момент времени $t_1 = 8$ с и постройте график зависимости пути от времени.
8. Зависимость координаты частицы от времени дается уравнением $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 0.1$ м, $B = 0.1$ м/с, $C = 0.14$ м/с², $D = 0.01$ м/с³. Найдите среднее ускорение и среднюю скорость за первые 10 с движения.
9. В течение интервала времени $T = 4$ с скорость тела меняется по закону $v = At^2 + Bt$, где $A = 2$ м/с³, $B = 4$ м/с², ($0 \leq t \leq T$). Найдите среднюю скорость, и среднее ускорение за этот промежуток времени.
10. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через $t = 4$ с камень упал на землю на расстоянии $L = 40$ м от основания вышки. Определите начальную v_0 и конечную v_f скорости камня.

11. Материальная точка движется в плоскости xOy по закону $x = A\sin\omega t$, $y = A(1 - \cos\omega t)$, где A и ω положительные константы. Найдите уравнение кривой, описывающей траекторию частицы, изобразите ее вид и направление движения частицы.
12. Камень брошен со скоростью $v_0 = 30$ м/с под углом 60° к горизонту. Определите радиус кривизны траектории в верхней ее точке.
13. Компоненты скорости частицы меняются по закону $v_x = A\omega \cos\omega t$; $v_y = A\omega \sin\omega t$; $v_z = 0$, где $A = 15$ см и $\omega = 3$ с⁻¹. Изобразите на рисунке траекторию частицы и направление ее движения.
14. Два бруска лежат на гладком столе один на другом. Масса верхнего бруска $m_1 = 2$ кг, нижнего $m_2 = 4$ кг. Коэффициент трения между брусками $k = 0.3$. Какую максимальную силу можно приложить к верхнему бруску в горизонтальном направлении, чтобы он не проскальзывал?

15. На гладкую горизонтальную плоскость помещены три тела массами m_1 , m_2 и m_3 , связанные нитями между собой и с телом массой M , привязанное к нити, перекинутой через блок (рис.). Найти ускорение a системы. Найти натяжения всех нитей. Трением в блоке, массами блоков и нитей пренебречь.



16. На верхнем краю гладкой наклонной плоскости укреплен блок, через который перекинута нить (рис.). На одном ее конце привязан груз массы m_1 ; лежащий на наклонной плоскости. На другом конце висит груз массы m_2 . С каким ускорением a движутся грузы и каково натяжение T нити? Наклонная плоскость образует с горизонтом угол α .



17. Движущаяся частица претерпевает упругое соударение с покоящейся частицей такой же массы. Доказать, что после столкновения, если оно не было центральным, частицы разлетятся под прямым углом друг к другу. Как будут двигаться частицы после центрального соударения?
18. Частица, имея начальную скорость 4 м/с, движется прямолинейно с отрицательным ускорением, модуль которого зависит от ее скорости по закону $a = 5\sqrt{v}$ (м/с). Найдите время движения частицы до остановки.
19. Колесо вращается так, что его угловая координата задана уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $B = 2$ рад/с; $C = 1$ рад/с². Найдите угловое ускорение точек на ободе колеса через 2 с после начала движения.
20. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что его координата определяется уравнением $\varphi = 0,5t^2$ (рад). Найдите касательное ускорение его точек, отстоящих от оси вращения на 80 см.
21. Диск радиусом 10 см вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая координата определяется уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ рад/с, $C = 1$

рад / с² , $D = 1$ рад/с³. Вычислите касательное ускорение точек на ободе колеса к концу первой секунды.

22. Частица движется по окружности радиусом 2 см, при этом зависимость ее пути от времени задана уравнением $s = 0,1 t^3$ (см). Найдите касательное ускорение частицы в тот момент времени, когда ее линейная скорость стала 0,3 м/с.
23. Частица движется по окружности так, что ее угловая координата задана уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад / с², $D = 1$ рад/с³. Вычислите радиус окружности, если к концу первой секунды движения ее нормальное ускорение равно 1,8 м/с².
24. Нормальное ускорение частицы, движущейся по окружности радиусом 4 м, задается уравнением $a_n = 1 + 6t + 9t^2$ (м/с²). Вычислите касательное ускорение частицы через 1 с после начала движения.
25. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая координата определяется уравнением $\varphi = 0,5 t^2$ (рад). Вычислите полное ускорение точек, отстоящих от оси вращения на 80 см к концу второй секунды движения.
26. Колесо радиусом 10 см вращается так, что линейная скорость точек на его ободе задана уравнением $v = 3t + t^2$ (см/с) Найдите угол между вектором полного ускорения и радиусом колеса спустя 1 с после начала движения.
27. Частица движется по окружности, причем зависимость ее пути от времени задана уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $B = 2$ м/с, $C = 1$ м/с². В момент времени 2 с ее нормальное ускорение равно 0,5 м/с². Найдите полное ускорение частицы через 3 с после начала движения.
28. Модуль импульса частицы массой 2 кг изменяется по закону $p = 10 \cos \pi t$ (кгм/с). В начальный момент времени радиус-вектор частицы равен нулю. Найдите модуль радиус-вектора частицы через 1/3 секунды.
29. Если путь частицы массой 2 кг изменяется по закону $s = 5 \sin \pi t$ (см). Найдите ближайший момент времени от начала ее движения, когда модуль импульса частицы становится максимальным.
30. Частица массой 1 кг движется прямолинейно по закону $x = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где $C = 2$ м²/с² $D = 0,4$ м/с³. Найдите модуль силы, действующей на частицу в конце первой секунды ее движения.
31. Частица массой 1 кг в начальный момент времени имеет радиус-вектор $\mathbf{r}_0 = 2 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}$, где \mathbf{i} , \mathbf{j} орты осей x , y . На нее действует сила $\mathbf{F} = 1,5y^2 \mathbf{i} + 3x^2 \mathbf{j} - 0,2(x^2 + y^2) \mathbf{k}$. Найдите модуль этой силы в начальный момент времени.
32. Десять шариков массами 100 г, 200 г, ..., 1000 г укреплены в указанном порядке на невесомом стержне длиной 90 см. На каком расстоянии от центра самого легкого шарика будет находиться центр масс системы, если расстояние между соседними шариками 10 см?

33. В двух вершинах равностороннего треугольника помещены шарики с массами m каждый, а в третьей вершине – с массой $2m$. Где будет находиться центр масс данной системы.
34. Автобус массой 5 т начинает двигаться от остановки так, что его скорость в зависимости от пройденного пути изменяется по закону $v = \sqrt{s}$ (м/с). Найдите суммарную работу всех сил, действующих на автобус за первые 15 с от начала движения.
35. Воздушный поток ($\rho = 1,29$ кг/м³) сечением $0,55$ м² имеет скорость 20 м/с. Чему будет равна мощность этого потока?
36. Зависимость потенциальной энергии частицы в поле центральных сил от расстояния r до центра поля задана функцией $W_p(r) = r^{-3}$ Дж. Найдите модуль силы, действующей на частицу в точке с координатами $(0,4; 0,5; 0,6)$.
37. Шар массой 2 кг движется со скоростью 8 м/с и догоняет шар массой 3 кг, который движется со скоростью 4 м/с. Найдите работу деформации шаров при их центральном неупругом ударе.
38. В боковой поверхности сосуда с жидкостью, стоящего на горизонтальной плоскости, имеется малое отверстие. Высота неизменного уровня жидкости над этим отверстием составляет 36 см, а расстояние от отверстия до дна сосуда 144 см. Найдите дальность горизонтального полета струи жидкости из этого отверстия.
39. Колесо радиусом $R = 3$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $D = 1$ с⁻³. Найдите для точек обода изменение модуля тангенциального ускорения Δa_τ за пятую секунду движения.
40. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 2$ с⁻². Через $t = 0,5$ с после начала движения полное ускорение точек на ободу колеса стало равным $a = 15$ см/с². Найти радиус колеса.
41. Через $t = 10$ с после начала вращения с постоянным угловым ускорением полное ускорение точек на ободу диска радиусом $R = 5$ см равно $a = 15$ см/с². Определите угловое ускорение диска, а также нормальное и тангенциальное ускорения точек обода через $t = 5$ с после начала вращения.
42. По дуге окружности радиусом $R = 15$ м движется материальная точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение частицы $a_n = 4,9$ м/с², а вектор полного ускорения образует с радиусом вращения угол 60° . Найдите скорость v и тангенциальное ускорение a_τ этой частицы в этот момент времени.
43. Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 5$ см так, что зависимость пути от времени дается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где $B = -2$ м/с, $C = 1$ м/с². Найдите линейную скорость частицы, ее нормальное и полное ускорение через $t = 3$ с после начала движения.

44. Движение частицы по кривой задано уравнениями $x = A_1 t^3$ и $y = A_2 t$ где $A_1 = 2 \text{ м/с}^3$, $A_2 = 2 \text{ м/с}$. Определите скорость и полное ускорение частицы через 0.8 с после начала движения.
45. Материальная точка движется в плоскости xOy по закону $x = A \sin \omega t$, $y = B \cos \omega t$, где A , B и ω положительные константы, $A = B = 5 \text{ см}$. Найдите уравнение кривой, описывающей траекторию частицы, изобразите ее вид и направление движения частицы.
46. Материальная точка движется по дуге окружности радиуса R по закону $L = A \sin \omega t$, где L смещение из начального положения, отсчитываемое вдоль дуги, A и ω положительные константы. Найдите полное ускорение частицы в точке $L = 0$.
47. Частица движется по окружности радиусом $R = 5 \text{ м}$ согласно уравнению $L = At^3$, где $A = 2 \text{ м/с}^3$, L путь, пройденный частицей. В какой момент времени тангенциальное ускорение частицы будет равно нормальному? Вычислите полное ускорение частицы в этот момент времени.
48. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = -3 \text{ с}^{-2}$. Определите число N оборотов, которое сделает колесо при изменении частоты вращения от $n_1 = 240 \text{ мин}^{-1}$ до $n_2 = 90 \text{ мин}^{-1}$, а также интервал времени Δt , в течение которого это произойдет.
49. Материальная точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0.5 \text{ м/с}^2$. Определите полное ускорение частицы на участке, где радиус кривизны составляет $R = 4 \text{ м}$, если частица движется в этот момент со скоростью $v = 2 \text{ м/с}$.
50. Частица движется по окружности радиуса $R = 10 \text{ см}$ со скоростью $v = At$, где $A = 0.5 \text{ м/с}^2$. Найдите ее полное ускорение в момент времени, когда она пройдет расстояние L , равное 0.1 длины окружности после начала движения.
51. Компоненты скорости материальной точки меняются по закону $v_x = A\omega \cos \omega t$; $v_y = A\omega \sin \omega t$; $v_z = 0$, где $A = 10 \text{ см}$ и $\omega = 3 \text{ с}^{-1}$. Изобразите на рисунке траекторию частицы и направление ее движения.
52. Колесо радиуса $R = 1 \text{ м}$ вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2 \text{ с}^{-1}$, $C = 1 \text{ с}^{-3}$. Найти линейную скорость и тангенциальное ускорение для точек обода через $\Delta t = 3 \text{ с}$ после начала движения.
53. На барабан радиуса $R = 0.5 \text{ м}$ намотана нить, барабан вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его ось симметрии, под действием груза, подвешенного к нити. Груз движется с постоянным ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$. Найти угловое ускорение вращения барабана и полное ускорение точек на его поверхности через $\Delta t = 1 \text{ с}$ после начала вращения барабана.
54. Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 0.2 \text{ м}$ с постоянным угловым ускорением. Через $t = 20 \text{ с}$ после начала движения угловая скорость частицы $\omega = 20 \text{ с}^{-1}$. Определите число N оборотов, которое совершила за это время частица, и нормальное ускорение к концу десятой секунды.

55. Частица движется по окружности радиуса $R = 15$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_t . Найдите это ускорение, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения скорость частицы стала равной $v = 79.2$ см/с.
56. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ с⁻¹, $C = 2$ с⁻², $D = 1$ с⁻³. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, $a_n = 3.46 \cdot 10^2$ м/с².
57. Найти работу, которую нужно совершить, чтобы увеличить скорость движения тела от $v_1 = 2$ м/с до $v_2 = 6$ м/с на пути $s = 15$ м. На всем пути действует постоянная сила трения $F_{тр} = 2$ Н. Масса тела $m = 1$ кг.
58. Находясь под действием постоянной силы с компонентами (3, 10, 8) Н частица переместилась из точки 1 с координатами (1, 2, 3) м в точку 2 с координатами (3, 2, 1) м. Какая совершилась при этом работа? Как изменилась кинетическая энергия частицы?
59. Автомобиль «Жигули» на скорости $v = 50$ км/ч способен двигаться вверх по дороге с уклоном $\alpha = 15^\circ$. При движении по ровной дороге с таким же покрытием и на той же скорости мощность, расходуемая двигателем, составляет $N = 20$ л.с. (1 л.с. = 736 Вт). Найти максимальную мощность двигателя, если масса автомобиля 1200 кг.
60. Лодка длиной L_0 наезжает, двигаясь по инерции, на отмель и останавливается из-за трения, когда половина ее длины оказывается на суше. Какова была начальная скорость лодки v ? Коэффициент трения равен μ .
61. Лодка массы M с находящимся в ней человеком массы m неподвижно стоит на спокойной воде. Человек начинает идти вдоль по лодке со скоростью u относительно лодки. С какой скоростью w будет двигаться человек относительно воды? С какой скоростью v будет при этом двигаться лодка относительно воды? Сопротивление воды движению лодки не учитывать.
62. Человек прошел вдоль по лодке, описанной в предыдущей задаче, путь l . Каковы при этом будут смещения лодки S_1 и человека S_2 относительно воды?
63. Две пружины жесткостью $3 \cdot 10^2$ Н/м и $6 \cdot 10^2$ Н/м соединены последовательно. Определить работу по растяжению обеих пружин, если вторая пружина растянута на 3 см. Определить также коэффициент жесткости системы двух пружин.
64. Математический маятник (груз малых размеров на легком подвесе длиной l) находится в положении равновесия. Определить какую минимальную скорость u надо сообщить грузу, чтобы он мог совершить полный оборот, для двух случаев: а) груз подвешен на жестком стержне; б) на нити.
65. Два идеально упругих шарика массами m_1 и m_2 вдоль одной и той же прямой со скоростями v_1 и v_2 . Во время столкновения шарики начинают деформироваться, и часть кинетической энергии переходит в потенциальную энергию деформации. Затем деформация уменьшается, и запасенная потенциальная энергия вновь переходит в

кинетическую. Найти значение потенциальной энергии деформации в момент, когда она максимальна.

66. Шар, летящий со скоростью V , ударяется о покоящийся шар, масса которого в 4 раза больше массы налетающего шара. Найти скорости шаров после удара, если в момент столкновения угол между линией, соединяющей центры шаров, и скоростью налетающего шара до удара равен 60° . Удар абсолютно упругий. Трения нет.
67. Два шарика падают в воздухе. Шары сплошные, сделаны из одного материала, но диаметр одного из шариков вдвое больше другого. В каком соотношении будут находиться скорости шариков при установившемся (равномерном) движении? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна площади поперечного сечения движущегося тела и квадрату его скорости.
68. Стальной шарик радиуса 0,03 мм падает в широкий сосуд, наполненный глицерином. Найти скорость v установившегося (равномерного) движения шарика. Коэффициент внутреннего трения в глицерине равен $\eta = 14$ дин-с/см², плотность глицерина $d_x = 1,26$ г/см³, плотность стали $d_2 = 7,8$ г/см³. (1 дин = 10^{-5} Н).
- Указание.* Для решения задачи воспользоваться гидродинамической формулой Стокса, выражающей силу сопротивления, испытываемую шариком, движущимся в вязкой жидкости: $f = 6\pi r v \eta$.
69. Дождевая капля диаметром 0,6 мм падает в воздухе ($\rho = 1,3$ кг/м³, $\eta = 10^{-5}$ Пас). Найдите наибольшую скорость, которой может достичь капля.
70. Железный шарик ($\rho = 7900$ кг/м³) диаметром 5 мм падает в касторовом масле ($\rho = 900$ кг/м³, $\eta = 1$ Пас). Вычислите число Рейнольдса при установившемся движении шарика.

| № варианта | Задачи к лабораторной работе ИДЗ № 2 | | | | |
|---------------|---|----|----|----|----|
| | 1 | 1 | 51 | 32 | 60 |
| 2 | 2 | 52 | 33 | 61 | 68 |
| 3 | 3 | 53 | 34 | 62 | 69 |
| 4 | 4 | 15 | 35 | 54 | 70 |
| 5 | 5 | 19 | 36 | 55 | 64 |
| 6 | 6 | 16 | 37 | 47 | 56 |
| 7 | 7 | 18 | 38 | 43 | 65 |
| 8 | 8 | 19 | 39 | 57 | 66 |
| 9 | 9 | 20 | 31 | 40 | 64 |
| 10 | 10 | 1 | 21 | 41 | 70 |
| 11 | 11 | 22 | 57 | 2 | 69 |
| 12 | 12 | 23 | 3 | 58 | 32 |
| 13 | 13 | 24 | 59 | 65 | 33 |
| 14 | 14 | 25 | 60 | 4 | 30 |
| 15 | 15 | 26 | 61 | 42 | 6 |
| 16 | 16 | 27 | 62 | 7 | 57 |
| 17 | 17 | 48 | 63 | 8 | 69 |
| 18 | 28 | 1 | 64 | 16 | 51 |
| 19 | 29 | 2 | 65 | 52 | 59 |
| 20 | 30 | 3 | 66 | 53 | 14 |
| 21 | 31 | 4 | 67 | 15 | 54 |
| 22 | 42 | 5 | 68 | 25 | 16 |
| 23 | 43 | 6 | 69 | 18 | 58 |
| 24 | 44 | 7 | 70 | 60 | 21 |
| 25 | 45 | 8 | 14 | 63 | 22 |
| 26 | 46 | 9 | 15 | 64 | 32 |
| 27 | 1 | 7 | 70 | 43 | 65 |
| 28 | 2 | 20 | 64 | 16 | 15 |
| 29 | 3 | 30 | 53 | 14 | 28 |
| 30 | 4 | 31 | 34 | 62 | 18 |