

## ЗАДАЧИ К ИНДИВИДУАЛЬНОМУ ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ №4

(график в конце файла)

1. Два одинаковых стержня длиной 1,5 м и диаметром 10 см, выполненные из стали (плотность стали  $7.8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ), соединены так, что образуют букву Т. Найти моменты инерции системы относительно осей, совпадающих с осями стержней.
2. Какую работу нужно совершить, чтобы из состояния покоя раскрутить маховик до частоты вращения 120 об/мин. Массу маховика 400 кг можно считать распределенной по ободу диаметра 1.5 м? Трением пренебречь.
3. Однородный тонкий диск имеет массу 800 г и радиус 10 см. Вычислите его момент инерции относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр.
4. Тонкий стержень длиной  $l$  может вращаться под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, проходящей через одну из точек стержня перпендикулярно ему. Стержень отклоняют до горизонтального положения и отпускают. Можно ли найти положение оси, при котором время движения стержня до положения равновесия будет минимальным? Если да, то найдите это положение.
5. Шар массой 2 кг катится без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара 15 см/с, после удара 10 см/с. Определить количество тепла, выделившегося при ударе.
6. На барабан намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 3 кг. Масса барабана 12 кг. Найти ускорение груза, считая барабан сплошным однородным цилиндром. Трением пренебречь.
7. Найти момент инерции равностороннего треугольника, сторонами которого являются однородные стержни длиной 20 см и массой 10 г, относительно оси, проходящей через пересечение высот этого треугольника и перпендикулярно его плоскости.
8. Маятник состоит из очень легкого стержня, на котором закреплены два одинаковых груза малых размеров: один на расстоянии 30 см от оси, другой на расстоянии 15 см от оси. Найти период колебаний маятника.
9. Определить период колебаний однородного шара около горизонтальной оси, проходящей через точку, отстоящую от центра шара на расстоянии 0.3 радиуса шара. Радиус шара 6 см.
10. Найдите ускорение центра шара, скатывающегося без скольжения по плоскости, наклоненной к горизонту под углом  $45^\circ$ .
11. Сплошной диск диаметром  $D$  может вращаться под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, проходящей через одну из точек на диаметре диска перпендикулярно его плоскости. Диск отклоняют от положения равновесия на  $90^\circ$  и отпускают. Можно ли найти положение оси, при котором время движения диска до положения равновесия будет минимальным? Если да, то найдите это положение.
12. Обруч массой  $M = 0.25 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 10 \text{ см}$  соединен с горизонтальной осью вращения тонким стержнем длиной  $l = 0.5 \text{ м}$  и массой  $m = 0.3 \text{ кг}$ . Плоскость обруча

перпендикулярна оси вращения. Стержень отвели на угол  $90^0$  и отпустили. Найти скорость центра обруча в момент прохождения им положения равновесия.

13. Проволочный равносторонний треугольник со стороной 10 см имеет массу 12 г. Определите момент инерции фигуры относительно оси, лежащей в плоскости треугольника, и проходящей через его вершину параллельно противоположной стороне.
14. Массивный цилиндр радиусом 15 см может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с осью цилиндра. На цилиндр навит тонкий шнур к концу которого привязан груз массой  $m = 1,5$  кг. Груз опускают вниз, разматывая шнур. Найдите массу цилиндра, если груз за первую секунду своего движения прошел расстояние 1 м.
15. Шар и цилиндр одинаковой массы и одинакового радиуса начинают одновременно скатываться без скольжения с наклонной плоскости. Какое из тел быстрее достигнет основания наклонной плоскости? Будет ли равно отношение скоростей центров этих тел у основания плоскости отношению времен движения?
16. В однородном тонком диске радиусом 30 см и массой 1 кг вырезали круглое отверстие радиусом 10 см, центр которого лежит на расстоянии 15 см от центра диска. Вычислите момент инерции фигуры относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр.
17. В однородном диске радиусом 30 см и массой 1 кг вырезано круговое отверстие диаметром 20 см. Центр отверстия удален от оси диска на расстояние 15 см. Определить момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр диска и перпендикулярной его плоскости.
18. Шар массой  $M = 0.5$  кг и радиусом  $R = 10$  см соединен с горизонтальной осью вращения тонким стержнем длиной  $l = 0.8$  м и массой  $m = 0.1$  кг. Стержень отклонили на угол  $90^0$  от вертикали и отпустили. Найти скорость центра шара в момент прохождения им положения равновесия.
19. Маятник состоит из очень легкого стержня, на котором закреплены два одинаковых груза малых размеров: один на расстоянии 20 см от оси, другой на расстоянии 25 см от оси. Найти период колебаний маятника.
20. Массивный цилиндр массой  $M = 35$  кг и радиусом 10 см может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с осью цилиндра. На цилиндр навит тонкий шнур к концу которого привязан груз массой  $m = 1,5$  кг. Груз опускается вниз, разматывая шнур. С каким ускорением движется груз? Массой шнура пренебречь.
21. Плоская однородная пластинка имеет длину одной из сторон 40 см и массу 900 г. Определите момент инерции пластинки относительно оси, совпадающей с другой стороной.
22. Шар и цилиндр одинаковой массы и одинакового радиуса скатываются без скольжения с наклонной плоскости. Какое из тел скорее достигнет основания

наклонной плоскости? Будет ли равно отношение скоростей центров этих тел у основания плоскости отношению времен движения?

23. Найдите ускорение центра однородного диска, скатывающегося без скольжения по плоскости, наклоненной к горизонту под углом  $45^\circ$ .
24. Массивный цилиндр массой  $M = 40$  кг и радиусом 10 см может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с осью цилиндра. На цилиндр навит длинный тонкий шнур. Шнур разматывают, прикладывая постоянную силу. Определите эту силу, если за 10 с цилиндр раскрутился до скорости 30 об/мин?
25. Вывести формулу для расчета момента инерции полого цилиндра (обруча) массой  $m$  с внутренним радиусом  $R_1$  и внешним  $R_2$  относительно оси цилиндра.
26. Вывести формулу для расчета момента инерции однородной тонкой прямоугольной пластинки массы  $m$ , длины  $a$  и ширины  $b$  относительно перпендикулярной к пластинке оси, проходящей через ее центр масс.
27. Диск массой  $m$  и радиусом  $R$  вращается вокруг своей оси, с угловой скоростью  $\omega$ . Под действием внешней силы диск останавливается. Чему равна работа внешней силы?
28. Тонкий стержень имеет длину 30 см и массу 100 г. Определите момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец.
29. На барабан массой  $m_0 = 8$  кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 2$  кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.
30. Диск массой  $m = 3$  кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью  $v = 4$  м/с. Найти кинетическую энергию диска.
31. Стороны проволочного прямоугольника 12 см и 16 см, а масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью 0,1 кг/м. Вычислите момент инерции фигуры относительно оси, лежащей в ее плоскости и проходящей через середины малых сторон.
32. Обруч и диск одинаковой массы катятся без скольжения с одной и той же скоростью  $v$ . Кинетическая энергия обруча  $E_{к1} = 39,2$  Дж. Найти кинетическую энергию  $E_{к2}$  диска.
33. Проволочный равносторонний треугольник имеет сторону 30 см и массу 300 г. Определите момент инерции фигуры относительно оси, совпадающей с одной из сторон треугольника.
34. Вывести формулу для расчета момента инерции однородного шара радиуса  $R$  и массы  $m$  относительно оси, проходящей через центр шара.
35. Прямой круглый однородный конус имеет массу  $m$  и радиус основания  $R$ . Вывести формулу для расчета момента инерции конуса относительно его оси.
36. Плоская однородная пластинка имеет длину одной из сторон 50 см и массу 600 г. Определите момент инерции пластинки относительно оси, совпадающей с другой ее стороной.

37. Вывести формулу для расчета момента инерции однородной тонкой прямоугольной пластинки массы  $m$ , длины  $a$  и ширины  $b$  относительно перпендикулярной к пластинке оси, проходящей через одну из вершин пластинки.
38. Карандаш длиной  $l = 12$  см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую и линейную скорости будет иметь в конце падения середина карандаша. Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.
39. Два маленьких шарика массой 10 г каждый соединены тонким невесомым стержнем длиной 20 см. Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и смещенной относительно центра по перпендикуляру к стержню на половину длины стержня.
40. Тонкий прямой стержень длиной 1,5 м прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонили на угол  $60^\circ$  от положения равновесия и отпустили. Определить линейную скорость нижнего конца стержня в момент прохождения положения равновесия.
41. Обруч катится по горизонтальной дороге со скоростью 4 м/с. На какое максимальное расстояние обруч может вкатиться на горку с уклоном 10 м на каждые 100 м пути?
42. Во сколько раз отличаются времена скатывания обруча и диска, имеющих одинаковую массу и радиус, с одной наклонной плоскости? Начальная скорость тел равна нулю.
43. Два маленьких шарика массой 10 г каждый соединены тонким невесомым стержнем длиной 20 см. Определить момент инерции системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр масс.
44. Найти линейные скорости  $v$  движения центров шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости  $h = 0,7$  м, начальная скорость всех  $v_0 = 0$ . Сравнить найденные скорости со скоростью тела, соскальзывающего с наклонной плоскости при отсутствии трения.
45. Однородному цилиндру сообщают начальный импульс, в результате чего он начинает катиться без скольжения вверх по наклонной плоскости со скоростью  $v = 5$  м/с. Плоскость образует с горизонтом угол  $20^\circ$ . На какую высоту поднимется цилиндр? Какую скорость имеет цилиндр в момент возвращения в исходное состояние?
46. Расположенный горизонтально однородный круглый цилиндр массы  $m = 10$  кг вращается без трения вокруг своей оси под действием груза массы  $m_1 = 1$  кг, прикрепленного к легкой нерастяжимой нити, намотанной на цилиндр. Найти кинетическую энергию системы, спустя  $t = 3,53$  с после начала движения.
47. Диск весом  $P$  катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью  $v$ . Найдите кинетическую энергию диска.
48. К ободу однородного диска радиуса 0,3 м с осью вращения, проходящей через центр диска, приложена постоянная касательная сила 98,1 Н. При вращении в оси диска

действует момент сил трения  $5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Определить массу диска, если он вращается с угловым ускорением  $100 \text{ рад/с}^2$ .

49. Маховое колесо, имеющее момент инерции  $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , вращается, делая  $20 \text{ об/с}$ . Через  $1$  минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Определить: 1) момент сил трения; 2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.
50. Диск и шар одинаковой массы и радиуса вкатываются на наклонную плоскость с одинаковой начальной скоростью. Как соотносятся максимальные высоты подъема этих тел?
51. Стержень длиной  $0,6 \text{ м}$  и массой  $0,1 \text{ кг}$  может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через его конец. К нижнему концу стержня прикреплен шар массой  $0,2 \text{ кг}$  радиусом  $0,1 \text{ м}$ . Стержень отклонили на угол  $90^\circ$  от вертикали и отпустили. Определить максимальную угловую скорость стержня.
52. Однородный тонкий стержень длиной  $20 \text{ см}$  вертикально стоит на горизонтальной поверхности. Утратив равновесие, стержень начинает падать. Определить максимальную линейную скорость верхнего конца стержня. Начальную угловую скорость стержня принять равной нулю.
53. Кинетическая энергия вращающегося маховика  $3 \text{ кДж}$ . Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав  $60$  оборотов, остановился. Определить тормозящий момент.
54. На тяжелый барабан, вращающийся вокруг горизонтальной оси, намотан легкий гибкий шнур. По шнуру лезет вверх обезьяна массы  $M$ . Определить ее ускорение относительно шнура, если ее скорость относительно земли постоянна. Момент инерции барабана равен  $I$ , его радиус  $R$ .
55. На сплошной цилиндр массой  $m$  намотана тонкая невесомая нить. Другой конец прикреплен к потолку лифта, движущегося вверх с ускорением  $a$ . Найти ускорение цилиндра относительно лифта и силу натяжения нити.
56. Какую скорость приобретают сплошной и полый цилиндры, скатившись без скольжения с наклонной плоскости высотой  $1,5 \text{ м}$ ? Какую скорость имели бы эти цилиндры, соскальзывая с той же плоскости без трения?
57. Обруч и сплошной цилиндр поднимаются вверх по наклонной плоскости и достигают одинаковой высоты подъема. Определите отношение их линейных скоростей в начале подъема.
58. Какую скорость приобретают сплошной и полый цилиндры, скатившись без скольжения с наклонной плоскости высотой  $1 \text{ м}$ ? Какую скорость имели бы эти цилиндры, соскальзывая с той же плоскости без трения?
59. Кинетическая энергия вращающегося маховика  $1 \text{ кДж}$ . Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав  $80$  оборотов, остановился. Определить тормозящий момент.

60. Маховое колесо начинает вращаться с постоянным угловым ускорением  $0,5 \text{ рад/с}^2$  и через  $15 \text{ с}$  после начала движения приобретает момент импульса  $73,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$ . Определить кинетическую энергию колеса через  $20 \text{ с}$  после начала движения.
61. Вращающийся с угловой скоростью  $\omega_0$  сплошной однородный цилиндр радиуса  $r$  ставится без начальной поступательной скорости у основания наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтальной плоскостью, и начинает вкатываться вверх. Определить время, в течение которого цилиндр достигнет наивысшего положения на наклонной плоскости.
62. Однородный стержень длиной  $25 \text{ см}$  подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую минимальную скорость необходимо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?
63. Однородный стержень длиной  $65 \text{ см}$  подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую минимальную скорость необходимо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?
64. Шар скатывается без скольжения с наклонной плоскости, имеющей наклон к горизонту  $30^\circ$ . Определить ускорение центра тяжести.
65. На покоящийся маховик, момент инерции которого  $4,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , начинает действовать вращающий момент  $12,5 \text{ нм}$ . Сколько оборотов сделает маховик к тому моменту, когда его угловая скорость достигнет величины, соответствующей частоте  $100 \text{ об/мин}$ ?
66. Сплошной маховик массой  $20 \text{ кг}$  и радиусом  $120 \text{ мм}$  вращается, совершая  $600 \text{ об/мин}$ . С какой силой нужно прижать к нему тормозную колодку, чтобы он остановился за  $3 \text{ с}$ , если коэффициент трения между колодкой и маховиком равен  $0,1$ ?
67. Маховик, момент инерции которого  $40 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы  $20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Равноускоренное движение продолжалось в течение  $15 \text{ с}$ . Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком.
68. Какой путь пройдет катящийся без скольжения диск, поднимаясь вверх по наклонной плоскости с углом наклона  $30^\circ$ , если ему сообщена начальная скорость  $7 \text{ м/с}$ , параллельная наклонной плоскости?
69. Твердое тело с моментом инерции  $J$  вращается с угловым ускорением  $\varepsilon$  и мгновенной угловой скоростью  $\omega$  вокруг своей оси. Определите мощность, сообщаемую телу.
70. Стержень длиной  $1,5 \text{ м}$  и массой  $10 \text{ кг}$  может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец. В середину стержня ударяет пуля массой  $10 \text{ г}$ , летящая в горизонтальном направлении со скоростью  $500 \text{ м/с}$ , и застревает в нем. На какой угол отклонится стержень после удара?

| №<br>варианта | Задачи к лабораторной<br>работе ИДЗ № 4 |    |    |    |    |
|---------------|---|----|----|----|----|
|               | 1                                       | 1  | 16 | 31 | 46 |
| 2             | 2                                       | 17 | 32 | 45 | 69 |
| 3             | 3                                       | 18 | 33 | 44 | 68 |
| 4             | 4                                       | 19 | 34 | 43 | 67 |
| 5             | 5                                       | 20 | 36 | 42 | 66 |
| 6             | 6                                       | 21 | 35 | 41 | 65 |
| 7             | 7                                       | 22 | 37 | 47 | 64 |
| 8             | 8                                       | 23 | 38 | 48 | 63 |
| 9             | 9                                       | 24 | 39 | 46 | 62 |
| 10            | 10                                      | 25 | 40 | 50 | 61 |
| 11            | 11                                      | 26 | 41 | 51 | 60 |
| 12            | 12                                      | 27 | 42 | 66 | 59 |
| 13            | 13                                      | 28 | 43 | 53 | 58 |
| 14            | 14                                      | 29 | 44 | 54 | 70 |
| 15            | 15                                      | 30 | 45 | 55 | 69 |
| 16            | 1                                       | 16 | 46 | 56 | 68 |
| 17            | 2                                       | 17 | 47 | 57 | 67 |
| 18            | 3                                       | 18 | 48 | 58 | 66 |
| 19            | 4                                       | 19 | 49 | 59 | 65 |
| 20            | 5                                       | 20 | 50 | 60 | 64 |
| 21            | 6                                       | 21 | 51 | 49 | 63 |
| 22            | 7                                       | 22 | 52 | 48 | 62 |
| 23            | 8                                       | 23 | 53 | 47 | 61 |
| 24            | 9                                       | 24 | 54 | 46 | 60 |
| 25            | 10                                      | 25 | 55 | 44 | 36 |
| 26            | 11                                      | 26 | 56 | 45 | 35 |
| 27            | 12                                      | 27 | 57 | 43 | 38 |
| 28            | 13                                      | 28 | 58 | 42 | 37 |
| 29            | 14                                      | 29 | 59 | 41 | 68 |
| 30            | 15                                      | 3  | 60 | 39 | 26 |