

В пособии представлены варианты обработки прямых и косвенных измерений, а также обработка результатов измерений с помощью метода наименьших квадратов для конкретных физических измерений. Приводятся соответствующие алгоритмы решения. Пособие является дополнением к уже выпускавшимся на кафедре методическим разработкам по теории погрешностей.

Порядок статической обработки результатов измерений

Правила приближенных вычислений

1. Для начала численных расчетов преобразовать расчетные формулы так, чтобы исключить вычитание близких больших чисел (результат такого вычитания вследствие ошибок округления может не иметь ни одной верной значащей цифры!). Так формула $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$ допустима для численных

расчетов, а эквивалентная ей $\sum_{i=1}^N x_i^2 - N\bar{x}^2$ – недопустима.

2. Перед сложением и вычитанием числа полагается привести к одной характеристике (выровнять), перед умножением и делением – нормализовать.

3. При сложении двух чисел число верных значащих цифр в сумме не превосходит числа верных значащих цифр в каждом из слагаемых (равно ему или на единицу меньше). При умножении и делении данное правило применяется к мантиссам перемножаемых чисел. При вычитании последним из верных десятичных разрядов разности будет являться старший из верных десятичных разрядов вычитаемого и уменьшаемого.

4. Складывать несколько чисел следует в порядке их возрастания, чтобы уменьшить ошибки округления.

5. При вычислении стандартных трансцендентных функций требуется привести аргумент к первому периоду (для тригонометрических функций), к отрезку $[0;1)$ (для экспоненциальной функции) или к отрезку $[1;a)$ (для логарифмированию по основанию a). Это связано с особенностями работы стандартных алгоритмов вычисления такого рода функций. При выполнении

данных правил можно считать, что в мантиссе результата столько же верных значащих цифр, сколько в мантиссе аргумента.

б. При расчетах следует сохранять дополнительно один-два десятичных разряда сверх верных. При округлении окончательных результатов следует оставлять только верные значащие цифры (допускается оставлять меньше, если это требуется из других соображений).

Прямые измерения

Дана выборка $(x_i, i=1...N)$. Предполагается, что случайность в этой выборке обусловлена действием множества независимых (или слабо зависимых) малых аддитивных факторов, результат воздействия каждого из которых мал по сравнению с их суммарным воздействием.

1. Устранить из выборки очевидные промахи (описки).
2. Из результатов измерений исключить известные систематические погрешности.
3. Упорядочить выборку в порядке возрастания ее элементов $x \uparrow_i$.
4. Провести проверку выборки на наличие грубых погрешностей и ее связность по размаху выборки: $x_{i+1} - x_i < U_{P,N} R, i=1...N-1$ находя разности между соседними элементами упорядоченной выборки сравнивая их с произведением размаха R на $U_{P,N}$ из таблицы.
5. При наличии грубых погрешностей крайних элементов выборки необходимо их исключить. Если выборка не является связной (распадается на 2 отдельные части) – переделать эксперимент.

6. Вычислить выборочное среднее $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$.

7. Вычислить выборочное СКО среднего: $S_{\bar{x}} = S_x / \sqrt{N}$.

8. Задаться доверительной вероятностью P в диапазоне 0.9...0.99. Как правило, для технических приложений (в том числе в данном курсе) принято выбирать $P = 0.95$.

9. Определить случайную погрешность $\Delta x = t_{P,N} S_{\bar{x}}$, где $t_{P,N}$ – коэффициент Стьюдента. Значения $t_{95\%,N}$ для некоторых N приведены в таблице II.

10. Определить оценочное значение случайной погрешности по размаху выборки $\Delta x = \beta_{P,N} R$. Значения случайных погрешностей, рассчитанные разными способами, должны примерно совпадать.

11. Определить верхнюю границу погрешности прибора θ_x .

12. Рассчитать полную погрешность результата измерения: $\Delta \bar{x} = \sqrt{\Delta x^2 + \theta_x^2}$.

13. Вычислить относительную погрешность $\delta x = (\Delta x / \bar{x}) \cdot 100\%$.

14. Округлить численные значения полной погрешности и результата измерения. Для этого сначала округляют погрешность до одной или двух значащих цифр. Две значащие цифры составляют в случае, когда после округления до одной значащей цифры первая значащая цифра погрешности равна единице. (Так, 0.949 округляется до 0.9, а 0.951 – до 1.0). В противном случае составляют одну значащую цифру.

Результат округляется до того разряда, которым заканчиваются округленная погрешность. Относительная погрешность округляется до одной-двух значащих цифр. Если результат и погрешность не являются окончательными, округлять не следует.

15. Записать окончательный результат в виде: $x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x}$, $P = P_0$, $\delta_x = \Delta\bar{x}/\bar{x} \cdot 100\%$.

16. Свести результаты расчетов в таблицу 1.

Таблица 1.					
x_i					$\theta_x =$
$x \uparrow_i$					$\bar{x} =$ $R = x \uparrow_N - x \uparrow_1 =$
$U_i = x_{i+1} - x_i$					$U_i < U_{P,N} R =$
$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$					$\sum \Delta x_i = 0$
$(\Delta x_i)^2$					$\sum (\Delta x_i)^2 =$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\sum (\Delta x_i)^2 / N(N-1)} = \quad , \quad \Delta x = t_{P,N} S_{\bar{x}} = \quad , \quad \Delta x_{\beta} = \beta_{P,N} R = \quad , \quad \Delta x \approx \Delta x_{\beta} ,$$

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\Delta x^2 + \theta_x^2} = \quad , \quad x = \bar{x} \pm \Delta \bar{x} = \quad , \quad P = 95 \% , N = \quad .$$

Косвенные измерения

Измерения называются косвенными, если их результат вычисляется по формулам, в которые подставляются результаты прямых измерений. Пусть нам необходимо определить функции $f = f(x, y, z)$ от непосредственно измеренных величин x, y, z . Функция f предполагается дифференцируемой по всем переменным; кроме того, предполагается, что на интервалах, куда попадают значения x, y, z , функция f не имеет нулей частных производных. Обозначим $f_i = f(x_i, y_i, z_i)$.

Обработки данных косвенных измерений методом переноса погрешностей

Используется в случае, когда каждая из величин x , y , z , представляющих собой аргументы функции, *измеряется независимо от остальных* в своей серии опытов, и эти величины образуют выборки (близки друг к другу). Число опытов в сериях, вообще говоря, не обязано быть одинаковым, требуется только неизменность условий для прямо измеряемой величины в своей серии, неизменность условий для f во всех сериях и взаимная независимость всех опытов.

1. По формулам прямых измерений определить величины \bar{x} , $\Delta\bar{x}$; \bar{y} , $\Delta\bar{y}$; \bar{z} , $\Delta\bar{z}$ (с учётом приборных погрешностей).

2. Рассчитать значение функции $\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.

3. Вычислить частные производные от функции $a_x = \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$, $a_y = \left. \frac{df}{dy} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$,

$a_z = \left. \frac{df}{dz} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$ или, для легко логарифмируемой функции f , от ее логарифма

$b_x = \left. \frac{d(\ln f)}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$, $b_y = \left. \frac{d(\ln f)}{dy} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$, $b_z = \left. \frac{d(\ln f)}{dz} \right|_{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}$ в точке $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$.

4. Вычислить полную погрешность функции

$\Delta f = \sqrt{(a_x \Delta \bar{x})^2 + (a_y \Delta \bar{y})^2 + (a_z \Delta \bar{z})^2}$ (формула переноса погрешностей) или по

эквивалентной формуле для легко логарифмируемой функции:

$$\Delta f = \bar{f} \sqrt{(b_x \Delta \bar{x})^2 + (b_y \Delta \bar{y})^2 + (b_z \Delta \bar{z})^2}.$$

5. Записать результат измерения и округлить его.

6. Свести результаты обработки эксперимента в таблицу 2.

Таблица 2.						
x_i						$\theta_x =$
y_i						$\theta_y =$
$x \uparrow_i$						$\bar{x} =$, $R_x = x \uparrow_N - x \uparrow_1 =$
$x_{i+1} - x_i$						$U_{P,N} R_x =$
$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$						$\Sigma \Delta x_i = 0$
$(\Delta x_i)^2$						$\Sigma (\Delta x_i)^2 =$
$S_{\bar{x}} = \sqrt{\Sigma (\Delta x_i)^2 / N(N-1)} =$, $\Delta x = t_{P,N} S_{\bar{x}} =$, $\Delta \bar{x} = \sqrt{\Delta x^2 + \theta_x^2} =$, $x = \bar{x} \pm \Delta \bar{x} =$, $P =$ % , $N =$						
$y \uparrow_i$						$\bar{y} =$, $R_y = y \uparrow_N - y \uparrow_1 =$
$y_{i+1} - y_i$						$U_{P,N} R_y =$
$\Delta y_i = y_i - \bar{y}$						$\Sigma \Delta y_i = 0$
$(\Delta y_i)^2$						$\Sigma (\Delta y_i)^2 =$
$S_{\bar{y}} = \sqrt{\Sigma (\Delta y_i)^2 / N(N-1)} =$, $\Delta y = t_{P,N} S_{\bar{y}} =$, $\Delta \bar{y} = \sqrt{\Delta y^2 + \theta_y^2} =$, $y = \bar{y} \pm \Delta \bar{y} =$, $P =$ % , $N =$						
$\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y}) =$, $\Delta f = \sqrt{(a_x \Delta \bar{x})^2 + (a_y \Delta \bar{y})^2 + (a_z \Delta \bar{z})^2} =$						
$f = \bar{f} \pm \Delta \bar{f} =$, $P =$ % , $N =$						

Обработки данных косвенных измерений выборочным методом

Этот метод применяется в том случае, если совместно измеренные значения аргументов функции x_i , y_i и z_i не образуют выборки, но можно создать выборку значений функции $\{f_i\}$.

1. По каждому набору совместно измеренных значений аргументов рассчитать значения функции $f_i = f(x_i, y_i, z_i)$.

2. Произвести обработку полученной выборки $\{f_i\}$ согласно алгоритму обработки данных прямых измерений, находя среднее значение \bar{f} и случайную погрешность Δf функции.

3. Произвести вывод выражений для частных производных от функции

$$a_x(x, y, z) = \frac{df(x, y, z)}{dx}, \quad a_y(x, y, z) = \frac{df(x, y, z)}{dy}, \quad a_z(x, y, z) = \frac{df(x, y, z)}{dz}$$

или для легко логарифмируемой функции f – от ее логарифма

$$b_x(x, y, z) = \frac{d \ln f(x, y, z)}{dx}, \quad b_y(x, y, z) = \frac{d \ln f(x, y, z)}{dy}, \quad b_z(x, y, z) = \frac{d \ln f(x, y, z)}{dz}.$$

4. По каждому набору совместно измеренных значений аргументов и их приборных погрешностей рассчитать приборную погрешность функции

$$\theta_{f_i} = |a_x(x_i, y_i, z_i)|\theta_{xi} + |a_y(x_i, y_i, z_i)|\theta_{yi} + |a_z(x_i, y_i, z_i)|\theta_{zi},$$

предполагается, что приборные погрешности измеряемых величин могут быть разными в разных опытах или, если f имеет удобный для логарифмирования вид, по эквивалентной формуле:

$$\theta_{f_i} = f_i \left(|b_x(x_i, y_i, z_i)|\theta_{xi} + |b_y(x_i, y_i, z_i)|\theta_{yi} + |b_z(x_i, y_i, z_i)|\theta_{zi} \right),$$

где f_i – соответствующее данному набору аргументов значение функции (не путать со строкой таблицы упорядоченных по возрастанию значений $f \uparrow_i$).

5. Вычислить среднюю приборную погрешность функции $\theta_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\theta_{f_i}|$.

6. Если приборные погрешности аргументов одинаковы во всех опытах или при нахождении максимальных по всей серии опытов значений приборных погрешностей $\theta_x = \max \theta_{xi}$, $\theta_y = \max \theta_{yi}$, $\theta_z = \max \theta_{zi}$, для определения приборной погрешности величины f можно использовать выражение

$$\theta_f = \bar{a}_x \theta_x + \bar{a}_y \theta_y + \bar{a}_z \theta_z,$$

$$\text{где } \bar{a}_x = \frac{1}{N} \sum |a_x(x_i, y_i, z_i)|, \quad \bar{a}_y = \frac{1}{N} \sum |a_y(x_i, y_i, z_i)|, \quad \bar{a}_z = \frac{1}{N} \sum |a_z(x_i, y_i, z_i)|.$$

7. Вычислить полную погрешность функции $\Delta \bar{f} = \Delta f + \theta_f$.

8. Записать результат измерения и округлить его.

9. Свести результаты обработки эксперимента в таблицу 3.

Таблица 3.						
x_i						
θ_{xi}						$\theta_x = \max \theta_{xi} =$
y_i						
θ_{yi}						$\theta_y = \max \theta_{yi} =$
f_i						$\bar{f} =$
$F\uparrow_i$						$R_f = f\uparrow_N - f\uparrow_1 =$
$U_{fi} = f_{i+1} - f_i$						$U_{fi} < U_{P,N} R_f =$
$\Delta f_i = f_i - \bar{f}$						$\Sigma \Delta f_i = 0$
$(\Delta f_i)^2$						$\Sigma (\Delta f_i)^2 =$
θ_{fi}						$\theta_f = (\Sigma \theta_{fi}) / N =$
$S_{\bar{f}} = \sqrt{\Sigma (\Delta f_i)^2 / N(N-1)} =$, $\Delta f = t_{P,N} S_{\bar{f}} =$, $\Delta f_{\beta} = \beta_{P,N} R_f =$, $\Delta f \approx \Delta f_{\beta}$ $\Delta \bar{f} = \Delta f + \theta_f =$, $f = \bar{f} \pm \Delta \bar{f} =$, $P = \dots\%$, $N = \dots$						

Нормальная линейная регрессия (метод наименьших квадратов)

Дана последовательность независимых совместных наблюдений $\{x_i, y_i\}$, $i=1\dots N$. Требуется оценить параметры наилучшей аппроксимирующей (регрессионной) кривой, соответствующей данным наблюдениям.

Задача нахождения наилучшей аппроксимирующей кривой в общем случае является достаточно сложной и наиболее просто решается, если функциональная зависимость имеет вид прямой линии $y = ax + b$. Поэтому на практике, если это возможно, сложные функциональные зависимости сводят к линейным зависимостям. При этом задача нахождения регрессионной кривой сводится к решению следующих задач:

1. Линеаризация нелинейных зависимостей, которая производится путем соответствующей замены переменных. Примеры такой замены приведены в таблице.

№	Исходная функция	Замена переменных	Новая функция
1	$y = Ax^n$	$X = x^n, \quad a = A$	$y = aX$
2	$y = Ax^n$	$Y = \ln y, \quad X = \ln x, \quad a = n, \quad b = \ln A$	$Y = aX + b$
3	$y = Ae^{ax}$	$Y = \ln y, \quad b = \ln A$	$Y = ax + b$
4	$y = ax^n + b$	$X = x^n$	$y = aX + b$
5	$y = \frac{1}{ax^n + b}$	$Y = 1/y, \quad X = x^n$	$Y = aX + b$

- Нахождение наилучших значений коэффициентов a и b в линейной зависимости $y = ax + b$ или коэффициента a в зависимости $y = ax$ согласно методу наименьших квадратов (МНК).
- Нахождение случайных и приборных погрешностей этих коэффициентов.
- Определение по найденным значениям коэффициентов a и b физических констант, содержащихся в этих коэффициентах. Последняя задача решается стандартным приемом метода переноса погрешностей при косвенных измерениях

Обработка данных по МНК для уравнения $y = ax + b$

- Заполнить таблицу 4 обработки данных по МНК для уравнения $y = ax + b$.

Таблица 4.

№	$x_i = t_i$	$y_i = V_i$	$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$	$(\Delta x_i)^2$	$\Delta y_i = y_i - \bar{y}$	$(\Delta y_i)^2$	$\Delta x_i \Delta y_i$
1.							
2.							
...							
	$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum \Delta x_i$	$\sum \Delta x_i^2$	$\sum \Delta y_i$	$\sum \Delta y_i^2$	$\sum \Delta x_i \Delta y_i$
Σ							

- Вычислить средние значения x и y : $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$, $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$.

3. Определить средние значения \bar{a} и \bar{b} : $\bar{a} = \frac{\sum (\Delta x_i \Delta y_i)}{\sum (\Delta x_i)^2}$, $\bar{b} = \bar{y} - \bar{a}x$.

4. Рассчитать дисперсии и СКО \bar{a} :

$$S_a^2 = \frac{1}{N-2} \left(\frac{\sum \Delta y_i^2}{\sum \Delta x_i^2} - \bar{a}^2 \right), \quad S_b^2 = S_a^2 \left(x^2 + \frac{1}{N} \sum \Delta x_i^2 \right), \quad S_a^- = \sqrt{S_a^2}, \quad S_b^- = \sqrt{S_b^2}.$$

5. Определить случайные погрешности a и b . Для расчетов необходимо брать коэффициент Стьюдента $t_{P, N-1}$, в отличие от прямых измерений, где использовался $t_{P, N}$: $\Delta a = t_{P, N-1} S_a^-$, $\Delta b = t_{P, N-1} S_b^-$.

6. Рассчитать приборную погрешность коэффициента b (приборная погрешность коэффициента, а равна нулю): $\theta_b = |\bar{a}| \theta_x + \theta_y$.

7. Определить полные погрешности a и b : $\Delta \bar{a} = \Delta a$ и $\Delta \bar{b} = \Delta b + \theta_b$.

8. Записать результат измерения и округлить его.

9. Привести окончательный результат в округленной форме:

$$y = (\bar{a} \pm \Delta \bar{a})x + (\bar{b} \pm \Delta \bar{b}), \quad \text{с вероятностью } P = 95 \%.$$

Обработка данных по МНК для уравнения $y = ax$

1. Заполняем таблицу 5 обработки данных по МНК для уравнения $y = ax$.

Таблица 5.

№ набл.	$x_i = \sqrt{l_i}$	$y_i = T_i$	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1					
2					
...					
Обозначения сумм	$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum y_i^2$	$\sum x_i y_i$
\sum					

2. Определить среднее значение a : $\bar{a} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$.

4. Рассчитать дисперсию и СКО \bar{a} : $S_a^2 = \frac{1}{N-1} \frac{\sum y_i^2 - \bar{a}^2 \sum x_i^2}{\sum x_i^2}$, $S_a^- = \sqrt{S_a^2}$.

5. Определить случайную погрешность коэффициента a : $\Delta a = t_{P, N} S_a^-$.

6. Рассчитать приборную погрешность коэффициента a по формуле

$$\theta_a = \left(\sum_i x_i / \sum_i x_i^2 \right) (|\bar{a}| \theta_x + \theta_y).$$

7. Определить полную погрешность коэффициента a : $\Delta \bar{a} = \Delta a + \theta_a$.

8. Записать результат измерения и округлить его.

9. Привести окончательный результат в округленной форме:

$$a = \bar{a} \pm \Delta \bar{a} \text{ с вероятностью } P = 95 \%.$$

ВАРИАНТЫ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ:

Записать среднюю величину с погрешностью.

Производятся прямые измерения:

1. Длины подвеса пружинного маятника линейкой с ценой деления 1 мм получено:

L , см	50,1	50,0	50,0	50,1	50,0
----------	------	------	------	------	------

2. Диаметра проволоки пружинного маятника микрометром с ценой деления 0,01 мм:

d , мм	2,06	2,02	2,04	2,02	2,05
----------	------	------	------	------	------

3. Периода колебаний пружинного маятника с помощью секундомера с ценой деления 0,01с:

T , с	1,36	1,32	1,38	1,40	1,34
---------	------	------	------	------	------

4. Периода колебаний пружинного маятника с помощью цифрового секундомера с ценой деления 10^{-3} с:

T , с	1,382	1,402	1,285	1,344	1,262
---------	-------	-------	-------	-------	-------

5. Периода колебаний нагруженного пружинного маятника с помощью секундомера с ценой деления 0,01с:

T , с	2,04	2,1	2,12	2,00	2,08
---------	------	-----	------	------	------

6. Периода колебаний пружинного маятника с помощью цифрового секундомера с ценой деления 10^{-3} с:

T , с	2,102	2,204	2,198	2,212	2,120
---------	-------	-------	-------	-------	-------

7. Массы дробинок на торсионных весах с ценной деления 1 мг:

m , мг	136	134	135	134	135
----------	-----	-----	-----	-----	-----

8. Промежутка между двумя рисками на колбе с глицерином линейкой с ценой деления 0,1 мм:

l , мм	15,1	15,0	15,0	15,1	15,0
----------	------	------	------	------	------

9. Расстояния между микрофоном и телефоном в акустическом резонаторе линейкой с ценой деления 0,1 мм:

l , мм	17,4	17,2	17,3	17,4	17,3
----------	------	------	------	------	------

10. Массы свинцовой дробинок на торсионных весах с ценой деления 1 мг:

m , мг	250	252	249	250	251
----------	-----	-----	-----	-----	-----

11. Времени затухания амплитуды колебаний маятника с помощью секундомера с ценой деления 0,01 с:

t , с	30,22	30,30	30,15	30,42	30,35
---------	-------	-------	-------	-------	-------

12. Внешнего диаметра крутильного маятника с помощью линейки с ценой деления 1 мм:

D_{ex} , см	25,1	24,9	25,0	24,9	24,9
---------------	------	------	------	------	------

13. Диаметра внутреннего кольца крутильного маятника с помощью штангенциркуля с ценой деления 0,1 мм:

D_{in} , мм	50,2	50,1	50,2	50,1	50,2
---------------	------	------	------	------	------

14. Силы тока, микроамперметром с пределом измерения 50 мкА и классом точности 2:

I , мкА	11	12	10	11	11
-----------	----	----	----	----	----

15. Напряжения вольтметром с пределом измерения 20 В и классом точности 1,5:

U , В	14,2	14,8	14,6	14,8	14,4
---------	------	------	------	------	------

16. Напряжения цифровым вольтметром с ценой деления 0,01В:

U , В	15,80	15,16	15,15	15,16	15,17
---------	-------	-------	-------	-------	-------

17. Частоты колебаний цифровым частотомером:

ν , Гц	1000,2	999,8	1000,6	1000,4	1000,2
------------	--------	-------	--------	--------	--------

18. Длины подвеса физического маятника с помощью линейки с ценой деления 1 мм

l , см	30,0	30,1	29,9	30,1	30,0
----------	------	------	------	------	------

19. Массы физического маятника с помощью весов с ценой деления 1 мг

m , г	20,052	20,084	20,048	20,034	20,058
---------	--------	--------	--------	--------	--------

20. Частоты колебаний, полученной с помощью ультразвукового генератора с ценой деления 10 Гц:

ν , Гц	1010	1000	990	1020	1010
------------	------	------	-----	------	------

21. Расстояния между двумя пучностями ультразвуковой волны в акустическом резонаторе с помощью линейки с ценой деления 1 мм:

l , см	16,9	17,1	17,2	16,9	17,0
----------	------	------	------	------	------

22. Массы подвеса физического маятника с помощью весов с ценой деления 1 г:

m , г	1832	1831	1832	1830	1831
---------	------	------	------	------	------

23. Массы дробинки на торсионных весах с ценой деления 1 мг:

m , мг	161	162	160	159	161
----------	-----	-----	-----	-----	-----

24. Диаметра дробинки с помощью микрометра с ценой деления 0,01 мм:

d , мм	1,24	1,22	1,28	1,25	1,24
----------	------	------	------	------	------

25. Диаметра подвеса физического маятника с помощью микрометра с ценой деления 0,01 мм:

d , мм	2,49	2,51	2,52	2,54	2,53
----------	------	------	------	------	------

26. Силы тока измеренной с помощью микроамперметра с пределом измерения 100 мкА и классом точности 1,0:

I , мкА	20	22	21	19	21
-----------	----	----	----	----	----

27. Напряжения на обкладках конденсатора с помощью вольтметра с пределом измерения 10 В и классом точности 2:

U , В	9	9,2	9,4	9,2	8,9
---------	---	-----	-----	-----	-----

28. Сопротивления резистора с помощью омметра с ценой деления 1 Ом:

R , Ом	1835	1832	1828	1830	1832
----------	------	------	------	------	------

29. Сопротивления резистора с помощью цифрового тестера:

R , Ом	1520	1521	1518	1522	1521
----------	------	------	------	------	------

30. Силы тяжести предмета с помощью пружинного динамометра с ценой деления 0,01 Н:

P , Н	12,21	12,22	12,24	12,19	12,20
---------	-------	-------	-------	-------	-------

ВАРИАНТЫ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ:

Вычислить погрешность косвенных измерений и записать результат с погрешностью:

1. Момент инерции полого кольца с внутренним диаметром D_{in} , внешним

диаметром D_{ex} и массой m :
$$I = \frac{m}{8}(D_{ex}^2 + D_{in}^2)$$

D_{in} , мм	50,2	50,3	50,1	50,2	50,4	$\theta_{D_{in}}=0,05$ мм
D_{ex} , мм	25,2	25,1	25,0	24,9	25,4	$\theta_{D_{ex}}=0,05$ мм
m , г	1832	1831	1833	1832	1834	$\theta_m=0,5$ г

2. Жесткости k на кручение подвеса крутильного маятника с массой m ,

радиусом R и временем совершения 30 колебаний t :
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m R^2}{2k}}$$

R , см	25,2	25,1	25,0	25,2	25,0	$\theta_r=0,05$ см
m , г	1652	1654	1654	1651	1653	$\theta_m=0,5$ г
t , с	54,1	52,8	53,5	53,8	54,0	$\theta_t=0,5$ с

3. Энергии вращения диска массой m и диаметром D , период вращения

которого T :
$$E = \frac{\pi m D^2}{2T^2}$$

m , г	952	951	952	950	951	$\theta_m=0,5$ г
D , см	18,0	17,9	18,1	18,2	18,1	$\theta_D=0,05$ см
T , с	0,48	0,51	0,50	0,50	0,51	$\theta_T=0,01$ с

4. Добротности резонатора: резонансная частота ν_0 , частоты, соответствующие границе резонансной полосы ν_1 и ν_2 : $\theta = \frac{\nu_0}{\nu_2 - \nu_1}$

ν_0 , Гц	998	1000	1005	1002	999	$\theta_\nu=1(\text{Гц})$
ν_1 , Гц	952	953	950	956	968	
ν_2 , Гц	1042	1044	1045	1044	1045	

5. Плотности материала дробинки: m - масса; d -диаметр: $E = \frac{6m}{\pi d^3}$

d , мм	1,52	1,48	1,54	1,51	1,53	$\theta_d=0,005(\text{мм})$
m , мг	21	20	21	19	22	$\theta_m=0,5(\text{мг})$

6. Напряжений сдвига, возникающих в подвесе крутильного маятника, m - масса; T - период; φ - угол отклонения; d – диаметр подвеса. $E = \frac{3m\varphi}{8\pi^3 d T^2}$

M , г	1981	1980	1982	1980	1981	$\theta_m=0,5(\text{г})$
T , с	1,41	1,44	1,42	1,45	1,40	$\theta_t=0,05(\text{с})$
φ	30°	31°	30°	29°	31°	$\theta_\varphi=0,5^\circ$
d , мм	2,49	2,51	2,52	2,50	2,51	$\theta_d=0,05(\text{мм})$

7. Коэффициента вязкости η глицерина по результатам 5-ти измерений времени падения t шарика массой m из свинца между рисками с

$$\text{расстоянием } l: \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_C - \rho_{gl})g - 6\pi\eta rV = 0$$

$\rho_C = 11300 \text{ кг/м}^3$ - плотность свинца,

$\rho_{gl} = 1200 \text{ кг/м}^3$ - плотность глицерина

$t, \text{ с}$	0,78	0,88	0,89	0,95	0,90	$\theta_t = 0,005 \text{ с}$
$m, \text{ мг}$	131	132	133	130	135	$\theta_m = 0,5 \text{ мг}$
$l, \text{ см}$	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0	$\theta_l = 0,5 \text{ мм}$

8. Силы взаимодействия зарядов, расположенных на сферических поверхностях q_1 и q_2 , расстояние между центрами которых r :

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$q_1, \text{ нКл}$	18,5	20,1	19,6	18,8	19,4	$\theta_q = 0,1 \text{ нКл}$
$q_2, \text{ нКл}$	30,2	29,4	29,8	30,6	29,2	
$r, \text{ мм}$	50,4	50,2	50,5	50,3	50,2	$\theta_r = 0,05 \text{ мм}$

9. Проекции силы тяги на координатные оси F_x , F_y , F_z при скорости движения V . Определить мощность двигателя:

$$P = FV = \left(\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \right) \cdot V$$

F_x , Н	205	420	124	24	542	$\theta_F = 1 \text{ Н}$
F_y , Н	410	455	370	82	121	
F_z , Н	530	372	600	920	235	
V , м/с	14,3	13,8	14,1	10,7	16,6	$\theta_V = 0,05 \text{ м/с}$

10. Определить силу света точечного источника, дающего на экране, отстоящем от источника на r , освещенность E : $E = \frac{J}{r^2}$, J - сила света.

E , Лк	1,02	9,85	1,08	1,04	1,01	$\theta_E = 0,005 \text{ Лк}$
r , см	10,1	10,2	9,9	10,0	10,4	$\theta_r = 0,05 \text{ см}$

11. Электрон ($e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (Кл)}$; $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ (Кг)}$) проходит ускоряющую разность потенциалов U . Определить скорость электрона. $V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

U , В	1000,2	999,8	999,2	1001,2	1000,8	$\theta_U = 0,1 \text{ В}$
---------	--------	-------	-------	--------	--------	----------------------------

12. Расстояние от поверхности стального шара радиуса R до точки l , напряженность поля в которой E . Определить поверхностную плотность заряда на шаре: $\sigma = \frac{E\epsilon_0(R+l)^2}{R^2}$, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{м}$.

$$\sigma = \frac{E\epsilon_0(R+l)^2}{R^2}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{м}$$

R , мм	10,02	10,04	10,30	9,98	10,18	$\theta_r = 0,005$ мм
l , см	5,2	5,6	5,0	5,4	5,5	$\theta_l = 0,5$ мм
E , В/м	1522	1485	1530	1496	1512	$\theta_E = 1$ В/м

13. Сила тока в медном проводе диаметром d равна I . Число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль, плотность меди $\rho = 8900$ кг/м³, молярная масса 64 (г/моль). Определить скорость направленного движения электронов:

$$V = \frac{4I\mu}{e\rho N_A \pi d^2}$$

d , мм	2,02	2,01	1,98	2,03	2,02	$\theta_d = 0,005$ мм
I , А	15,2	15,0	15,1	15,4	15,3	$\theta_I = 0,05$ А

14. Напряжение на концах проводника диаметром d равно U . Выделяющаяся тепловая мощность P . Определить плотность тока в проводнике:

$$J = \frac{4P}{\pi d^2 U}$$

U , В	222	214	230	228	234	$\theta_u = 0,5$ В
d , мм	3,02	3,06	3,05	3,08	3,04	$\theta_d = 0,005$ мм
P , мВт	185	198	188	192	190	$\theta_p = 1$ Вт

15. По данным о коэффициенте диффузии и температуре газа определить

длину свободного пробега молекулы: $\lambda = \frac{3D\sqrt{\pi\mu}}{\sqrt{8RT}}$, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{Кмоль}}$.

$D, \text{ м}^2/\text{с}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$\theta_d = 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$
$T, \text{ К}$	298	296	292	296	298	$\theta_T = 0,5 \text{ К}$

Молярная масса газа $\mu = 28,9 \text{ (г/моль)}$.

16. Азота массой ($m=10,2 \text{ г}$, $\mu = 28,0 \text{ г/моль}$) изотермически расширяется от

V_1 до V_2 при температуре T . Определить работу расширения: $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$V_1, \text{ л}$	8,2	8,4	8,1	8,3	8,4	$\theta_v = 0,05 \text{ л}$
$V_2, \text{ л}$	15,4	15,2	15,0	15,3	15,4	
$T, \text{ К}$	301	299	298	299	300	$\theta_T = 0,5 \text{ К}$

17. Азот с плотностью ρ изохорически нагревается в объеме V от T_1 до T_2 .

Определить изменение энтропии: $\Delta S = \frac{\rho V}{\mu} \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}$, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{Кмоль}}$,

$\mu = 28,9 \text{ г/моль}$.

$\rho, \text{ кг/м}^3$	1,18	1,22	1,2	1,19	1,22	$\theta_\rho = 0,05 \text{ (кг/м}^3\text{)}$
$V, \text{ л}$	10,2	10,1	10,3	10,2	10,4	$\theta_v = 0,05 \text{ л}$
$T_1, \text{ К}$	301,2	302,4	300,8	303,1	302,4	$\theta_T = 0,05 \text{ К}$
$T_2, \text{ К}$	452,4	450,8	451,8	452	453	

18. Сила сопротивления при движении с малыми скоростями пропорциональна скорости движения $\vec{F}_c = -r\vec{v}$. По данным о массе тела и силе Архимеда, а также скорости установившегося движения, определить

коэффициент сопротивления r : $r = \frac{mg - F_A}{V}$

$m, \text{ г}$	0,65	0,68	0,67	0,66	0,64	$\theta_m = 5 \text{ мГ}$
$v, \text{ м/с}$	2,1	2,3	2,4	2,1	2,0	$\theta_v = 0,05 \text{ м/с}$
$F_A, \text{ Н}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$\theta_F = 11,3 \cdot 10^{-8} \text{ Н}$

19. Масса молекулы m , температура газа T . Определить среднюю скорость

движения: $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

$m, \text{ г}$	$4,8 \cdot 10^{-20}$	$4,82 \cdot 10^{-20}$	$4,78 \cdot 10^{-20}$	$4,85 \cdot 10^{-20}$	$4,76 \cdot 10^{-20}$	$\theta_m = 10^{-22} \text{ г}$
$T, \text{ К}$	298	296	297	300	295	$\theta_k = 0,5 \text{ К}$

20. Рассчитывают постоянную Планка, измеряя длину волны тормозного рентгеновского излучения. Заряд электрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, скорость света $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

$$\lambda = \frac{(2\pi\hbar c/e)}{U}$$

$U, \text{ В}$	10.000	15.000	20.000	25.000	30.000	$\theta_u = 10 \text{ В}$
$\lambda, \text{ м}$	$1,25 \cdot 10^{-10}$	$8,30 \cdot 10^{-11}$	$6,2 \cdot 10^{-11}$	$4,9 \cdot 10^{-11}$	$4,1 \cdot 10^{-11}$	$\theta_\lambda = 1 \cdot 10^{-12} \text{ м}$

21. Сила сопротивления F_c движения снаряда диаметром d , пропорциональна квадрату его скорости $F_c = C_d \frac{\rho S V^2}{2}$, где ρ - плотность воздуха, S - площадь поперечного сечения. Определить коэффициент лобового сопротивления C_d , зависящий от скорости движения.
 $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$

d , мм	204	203	204	205	204	$\theta_d = 0,5$ мм
V , м/с	382	380	388	386	384	$\theta_v = 1$ м/с
F , Н	802	812	808	814	805	$\theta_F = 1$ Н

22. Вольфрамовый катод облучается ультрафиолетовым светом с длиной волны λ . Задерживающий потенциал для фотоэлектронов U . Определить работу выхода $A_{\text{вых}}$:

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + Ue, \text{ где } h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}, c = 2.997 \cdot 10^8 \text{ м/с}, e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

λ , нм	210	170	142	128	156	$\theta_\lambda = 0,5$ нм
U , В	1,52	2,80	4,25	5,20	3,38	$\theta_u = 1 \cdot 10^{-2}$ В

23. Определить плотность тока насыщения в вакуумном диоде, используя

формулу $j = 100e \frac{A_{\text{вых}}}{kT} T^2$, $A_{\text{вых}} = 4,5 \text{ эВ}$.

T, К	2150	2180	2200	2190	2160	$\theta_T = 50 \text{ К}$
------	------	------	------	------	------	---------------------------

24. Объемная плотность заряда равномерно заряженного шара ρ , радиус шара R . Определить напряженность поля в точке, отстоящей от

поверхности шара на l : $E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 (R+l)^2}$, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

ρ , Кл/м ³	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$\theta_\rho = 10^{-6} \text{ Кл/м}^3$
R , мм	102	104	108	106	105	$\theta_R = 0,5 \text{ мм}$
l , см	200	201	199	204	200	$\theta_l = 0,5 \text{ см}$

25. Объемная плотность заряда равномерно заряженного шара ρ , радиус шара R . Определить потенциал поля в точке, отстоящей от поверхности

шара на l : $\varphi = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0 (R+l)}$, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

ρ , Кл/м ³	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$\theta_\rho = 10^{-6} \text{ Кл/м}^3$
R , мм	202	204	206	208	206	$\theta_R = 0,5 \text{ мм}$
l , см	108	110	109	112	110	$\theta_l = 0,5 \text{ мм}$

26. Шары массами m_1 и m_2 двигаются навстречу друг другу со скоростями V_1 и V_2 испытывают абсолютно неупругий удар. Определить скорость шаров после удара: $V = \frac{|m_1V_1 - m_2V_2|}{m_1 + m_2}$

$$V = \frac{|m_1V_1 - m_2V_2|}{m_1 + m_2}$$

m_1 , кг	1,52	1,54	1,53	1,51	1,52	$\theta_m = 5 \text{ } \varepsilon$
m_2 , кг	2,08	2,06	2,05	2,06	2,10	$\theta_m = 5 \text{ } \varepsilon$
V_1 , м/с	8,1	8,4	8,3	8,2	8,4	$\theta_V = 0,05 \text{ м/с}$
V_2 , м/с	12,2	12,4	12,3	12,5	12,5	

27. Шар массой m , движущийся со скоростью V , налетает на покоящийся шар массой m_2 . Определить энергию первого шара после абсолютно упругого удара: $m_1V_{10} = -m_1V_1 + m_2V_2$, $m_1V_{01}^2 = -m_1V_1^2 + m_2V_2^2$

$$m_1V_{10} = -m_1V_1 + m_2V_2, \quad m_1V_{01}^2 = -m_1V_1^2 + m_2V_2^2$$

m_1 , кг	0,528	0,530	0,526	0,532	0,529	$\theta_m = 0,5 \text{ } \varepsilon$
m_2 , кг	1,844	1,848	1,845	1,846	1,848	
V_{10} , м/с	2,51	2,52	2,54	2,49	2,50	$\theta_V = 0,5 \text{ см/с}$

пуля

да

28. Шар массой m , летящий со скоростью V_0 попадает в край стержня массой M , подвешенного за противоположный конец и застревает в стержне. Определить скорость конца стержня с пулей после удара:

$$V = \frac{mV_0}{m + \frac{1}{3}M}$$

m , г	8,02	8,05	8,00	8,08	8,06	$\theta_m = 5 \text{ мс}$
V_0 , м/с	440	420	470	400	410	$\theta_V = 5 \text{ м/с}$
M , кг	3,12	3,10	3,15	3,14	3,11	$\theta_M = 5 \text{ с}$

29. Диск радиуса R и массой m катится со скоростью V . Определить кинетическую энергию диска: $E_{II} = 0.7mV^2$

m , кг	5,92	6,04	5,98	5,95	5,99	$\theta_m = 5 \text{ мс}$
V , м/с	2,1	2,2	2,0	2,1	2,2	$\theta_V = 0,1 \text{ м/с}$

30. Тележка массой m , движется под действием силы F . Определить мгновенную мощность двигателя тележки через t секунд после начала

движения: $P = \frac{F^2}{m}t$

M , г	2502	2500	2503	2500	2501	$\theta_m = 0,5 \text{ г}$
F , Н	5,2	5,3	5,4	5,2	5,4	$\theta_F = 0,05 \text{ Н}$
t , с	15,1	15,2	15,1	15,2	15,0	$\theta_t = 0,1 \text{ с}$

Методом наименьших квадратов определить среднее значение и погрешность:

1. Емкости конденсатора при измерении значения заряда и напряжения на

$$\text{обкладках: } C = \frac{q}{u}$$

$U, \text{ В}$	50,2	60,1	70,2	80,1	90,1	100,1	110,2	120,1	130,0
$q, \text{ нКл}$	2,49	3,00	3,46	4,02	4,50	5,99	5,51	6,02	6,48

140,2	150,2	$\gamma=1$ при $U_{np} = 200 \text{ В}$
7,02	7,46	$Q_q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл.}$

2. Сопротивления резистора при измеренных напряжениях и силе тока:

$$R = \frac{U}{I}$$

$U, \text{ В}$	100,4	110,6	120,8	120,6	140,4	150,6	160,4	170,2
$I, \text{ мА}$	402	439	446	528	564	608	648	682

180,2	190,6	200,4	$\gamma=1,5$ при $U_{np} = 250 \text{ В}$
728	770	798	$\gamma=1$ при $I_{np} = 1000 \text{ мА}$

3. Углового ускорения ε при измеренном момента сил и моменте инерции:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}$$

$M, \text{ Н}\cdot\text{м}$	0,201	0,300	0,399	0,502	0,602	0,704	0,798	0,902
$I, \text{ кг}\cdot\text{м}^2 \times 10^3$	528	712	1008	1242	1426	1782	1998	2120

1,010	1,118	$\theta_M = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Нм}$
2504	2898	$\theta_I = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

4. Работы выхода A электронов с поверхности цезия при облучении квантами с частотой ν при задерживающем потенциале U_3 : $A = h\nu - eU$,

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Джс}, e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$\nu \times 10^{15} \text{ Гц}$	0,328	0,352	0,401	0,556	0,667	0,752	0,844	0,912	0,998
$U_3, \text{ В}$	0,010	0,090	0,312	0,954	1,415	1,768	2,128	2,430	2,788

1,122	$\theta_\nu = 5 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$
3,320	$\theta_u = 5 \cdot 10^{-4} \text{ В}$

5. Массы m тела при измеренной силе, действующей на тело F , и ускорении

$$a: m = \frac{F}{a}$$

$F, \text{ Н}$	4,12	10,21	15,28	20,35	25,02	30,21	35,28	40,42	45,24	50,18
$a, \text{ м/с}^2$	2,1	4,9	7,5	10,1	12,5	15,0	17,6	20,2	22,5	25,0

$\theta_F = 0,005 \text{ Н}$
$\theta_a = 0,05 \text{ м/с}$

6. Коэффициента сопротивления r движению тела в диссипативной среде при измеренной силе сопротивления и установившейся скорости

$$\text{тела: } r = \frac{F}{V}$$

$F, \text{ Н}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$5,3 \cdot 10^{-2}$	$8,5 \cdot 10^{-2}$	$13,4 \cdot 10^{-2}$	$18,7 \cdot 10^{-2}$	$23,5 \cdot 10^{-2}$
$V, \text{ м/с}$	0,08	0,12	0,18	0,28	0,45	0,62	0,78

$25,3 \cdot 10^{-2}$	$28,7 \cdot 10^{-2}$	$32,9 \cdot 10^{-2}$	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$
0,84	0,96	1,10	$\theta_V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$

7. Удельной проводимости γ проводника при измеренной плотности тока в

проводнике j и напряженности E : $\gamma = \frac{j}{E}$

$j, A/m^2$	$9,30 \cdot 10^5$	$18,2 \cdot 10^5$	$28,1 \cdot 10^5$	$36,2 \cdot 10^5$	$44,2 \cdot 10^5$	$54,2 \cdot 10^5$	$64,8 \cdot 10^5$
$E, В/м$	1,02	2,01	2,99	1,00	5,01	6,02	6,99

$72,2 \cdot 10^5$	$81,9 \cdot 10^5$	$90,4 \cdot 10^5$	$\theta_j = 5 \cdot 10^4 (A/m^2)$
8,01	9,02	9,99	$\theta_E = 5 \cdot 10^{-3} В/м$

8. Силы постоянного тока I , протекающего через электролитический

интегратор при измеренном заряде q и времени t : $I = \frac{q}{t}$

$q, Кл$	15	31	44	61	74	90	105	120	136	150
$t, с$	31	62	89	121	150	178	212	241	269	302

$\theta_q = 0,5 Кл$
$\theta_t = 0,5 с$

9. Индуктивности соленоида L при измеренной э.д.с. самоиндукции и

скорости изменения тока в соленоиде: $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$

$\varepsilon_s, мВ$	5,9	10,1	14,5	20,5	25,1	29,8	35,6	40,2
$\frac{dI}{dt}, A/c$	12	20	29	42	49	61	72	79

44,8	50,1	$\theta_\varepsilon = 0,05 мВ$
91	99	$\theta_{\frac{dI}{dt}} = 0,5 A/c$

10. Индуктивности соленоида L при измеренном постоянном токе в

соленоиде и магнитном потоке в нем: $L = \frac{\Phi}{I}$

$I, \text{ мА}$	102	201	299	402	499	601	698	801
$\Phi, \text{ Вб} \times 10^6$	490	1010	1490	2010	2480	3010	3498	3980

902	999	$\theta_I = 0,5 \text{ мА}$
4520	5010	$\theta_\Phi = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Вб}$

11. Индукции магнитного поля B при измеренной силе Ампера, действующей на проводник длиной 20 см с силой тока I . Проводник перпендикулярен индукции поля.

$B = \frac{F}{Il}$

$F, \text{ Н} \times 10^3$	2,3	3,9	6,0	8,1	10,2	11,8	14,2	15,8
$I, \text{ А}$	1,1	2,0	2,9	4,1	5,0	5,9	7,2	8,0

18,3	20,2	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$
8,9	9,9	$\theta_I = 0,05 \text{ А}$

12. Модуля Юнга E при измеренных напряжениях сжатия-растяжения и

относительной деформации: $E = \frac{\sigma}{\Delta l/l}$

$\sigma, \text{ Н/м}^2 \times 10^{-7}$	1,1	2,2	3,1	4,1	4,9	6,2	7,1	8,0	8,9	9,9
$\Delta l/l, \times 10^5$	5,3	10,6	14,5	19,4	23,2	29,6	34,1	37,6	42,5	45,9

$\theta_\sigma = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Н/м}^2$
$\theta_{\frac{\Delta l}{l}} = 5 \cdot 10^{-7}$

13. Модуля сдвига G при измеренной угловой деформации напряжениях

$$\text{сдвига: } G = \frac{\tau}{\theta}$$

$\tau, \text{Н/м}^2 \times 10^{-6}$	2,8	3,5	4,2	5,3	6,1	6,8	7,5	8,2
$\theta, \text{рад} \times 10^5$	3,6	4,2	5,0	6,7	7,8	8,2	9,1	10,1

8,9	9,8	$\theta_{\tau} = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$
11,2	11,9	$\theta_{\theta} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ рад}$

14. Площади поперечного сечения S образца по измеренной силе и

$$\text{возникающим напряжениям растяжения: } S = \frac{F}{\sigma}$$

$F, \text{Н}$	2,12	3,41	4,28	5,36	6,12	6,84	7,52	8,33
$\sigma, \text{Н/м}^2 \times 10^{-5}$	4,30	6,72	8,71	10,55	12,44	13,56	15,27	16,55

9,40	9,96	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$
18,94	19,84	$\theta_{\sigma} = 5 \cdot 10^2 \text{ Н/м}^2$

15. Плотности жидкости по измеренному гидростатическому давлению на

$$\text{измеренной глубине: } \rho = \frac{P}{gh}, \quad g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$P, \text{Па}$	$2,1 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^4$	$3,9 \cdot 10^4$	$4,6 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^4$	$6,3 \cdot 10^4$	$7,2 \cdot 10^4$	$8,1 \cdot 10^4$
$h, \text{мм}$	156	244	289	348	418	466	548	595

$8,9 \cdot 10^4$	$9,5 \cdot 10^4$	$\theta_P = 500 \text{ Па}$
678	708	$\theta_h = 0,5 \text{ мм}$

16. Плотности воздуха ρ по измеренной силе Архимеда и объему V

воздушного шара: $\rho = \frac{F_A}{Vg}$

$F_A, \text{ Н}$	830	880	920	960	980	1000	1020	1050
$V, \text{ м}^3$	64,8	71,2	72,0	76,3	77,3	79,2	80,5	83,8

1070	1120	$\theta_F = 5 \text{ Н}$
84,4	88,8	$\theta_V = 0,05 \text{ м}^3$

17. Коэффициента трения скольжения μ для тела, лежащего на горизонтальной поверхности, по измеренной массе m и F горизонтальной

силе, вызывающей движение: $\mu = \frac{F}{mg}$, $g = 9.8 \text{ м/с}^2$

$F, \text{ Н}$	3,71	4,62	5,54	7,48	9,35	11,12	13,08	14,82
$m, \text{ г}$	2000	2500	3000	4000	5000	6000	7000	8000

16,81	18,58	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$
9,000	10,000	$\theta_m = 0,5 \text{ г}$

18. Давления P в изобарическом процессе при измеренной работе

расширения и изменении объема газа: $P = \frac{A}{\Delta V}$

$A, \text{ Дж}$	408	509	634	809	1004	1065	1241	1405
$\Delta V, \text{ л}$	2,02	2,58	3,15	4,12	4,98	6,35	6,17	7,05

1582	1800	$\theta_A = 0,5 \text{ Дж}$
7,87	9,02	$\theta_{\Delta V} = 10 \text{ см}^3$

19. Массы m азота, участвующего в адиабатическом процессе по измеренной

работе расширения A и изменению температуры ΔT : $m = \frac{2}{3} \frac{\mu A}{R \Delta T}$,

$$\mu = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

A , Дж	1440	1180	1260	1310	1380	1480	1590	1670
ΔT , К	152	160	168	175	188	198	215	224

1710	1780	$\theta_A = 5$ Дж
230	241	$\theta_{\Delta T} = 1$ К

20. Массы m гелия, участвующего в изохорическом процессе, по измеренному изменению температуры и сообщенному количеству

теплоты: $m = \frac{2}{3} \frac{\mu \theta}{R \Delta T}$, $\mu = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

θ , Дж	470	744	1035	1392	1691	2109	2192	2452
ΔT , К	15	24	33	45	54	62	70	79

2656	2923	$\theta_0 = 1$ Дж
85	94	$\theta_{\Delta T} = 1$ К

21. Массы m кислорода, участвующего в изобарическом процессе, по измеренному изменению температуры и сообщенному количеству

теплоты: $m = \frac{2}{7} \frac{\mu \theta}{R \Delta T}$, $\mu = 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

θ , Дж	305	341	404	449	514	549	600	669
ΔT , К	83	38	44	50	56	61	67	73

724	768	$\theta_0 = 1$ Дж
79	85	$\theta_{\Delta T} = 1$ К

22. Давления P азота в изобарическом процессе по измеренному изменению

объема и подведенному количеству теплоты: $P = \frac{2}{7} \frac{\theta}{\Delta V}$

θ , Дж	332	389	429	488	519	575	612	671
ΔV , л	0,48	0,55	0,62	0,69	0,75	0,81	0,88	0,95

720	798	$\theta_{\theta}=1$ Дж
1,02	1,15	$\theta_{\Delta V}=10$ см ³

23. Объема V водорода в изохорическом процессе по измеренному

изменению давления и количеству подведенной теплоты: $P = \frac{2}{5} \frac{\theta}{\Delta P}$

θ , Дж	215	271	320	349	416	462	506	545
Δp , Па	4,22	5,48	3,33	7,12	8,25	9,34	10,05	10,83

581	598	$\theta_{\theta} \theta_{\theta}=1$ Дж
11,52	12,04	$\Delta p = 5 \cdot 10^{-3}$ Па

24. Жесткости k пружины по измеренному значению силы F и деформации

$\Delta l: k = \frac{F}{\Delta l}$

F , Н	1,04	2,02	3,05	4,02	5,01	6,00	6,99	7,97
Δl , мм	5	10	15	20	25	30	35	40

8,96	9,92	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-3}$ Н
45	50	$\theta_{\Delta l} = 0,05$ мм

25. Жесткости k_ϕ подвеса крутильного маятника по измеренному значению

момента упругих сил и угла закрутки подвеса: $k_\phi = \frac{M}{\phi}$

M , Н м	0,012	0,023	0,037	0,45	0,058	0,075	0,081	0,098
ϕ , град	3	6	9	12	15	18	21	24

0,109	0,122	$\theta_M = 5 \cdot 10^{-4}$ Нм
27	30	$\theta_\phi = 1$ град

26. Электролитического эквивалента меди k по измеренной массе меди, а

выделившейся на электродах и пропущенному через них заряду: $k = \frac{q}{m}$

q , Кл	0,62	0,88	1,12	1,24	1,35	1,44	1,52	1,60
m , мг	20,8	29,3	36,9	40,4	44,8	47,0	50,2	52,3

1,68	1,75	$\theta_q = 0,005$ Кл
54,9	57,9	$\theta_m = 0,1$ мг

27. Угловой скорости ω вращения колеса по замером линейной скорости

точек, находящихся на расстоянии r от оси вращения: $\omega = \frac{V}{r}$

r , см	5,1	8,4	10,2	12,5	14,5	17,2	18,5	19,6
V , м/с	1,08	1,65	2,07	2,47	2,92	3,40	3,72	3,90

22,0	25,0	$\theta_r = 0,5$ мм
4,44	4,98	$\theta_V = 0,5$ см/с

28. Постоянной пьезоэлектрического эффекта k по замеренному давлению на

пластину кварца и плотности заряда на его поверхности: $k = \frac{\sigma}{P}$

P , МПа	1,25	1,82	2,14	2,82	3,48	4,02	4,83	5,55
σ , мкМ/м ²	8,82	12,42	15,08	19,32	24,52	27,82	34,05	38,45

6,48	7,52	$\theta_p = 5$ кПа
45,82	52,33	$\theta \sigma = 5 \cdot 10^{-3}$ мкМ/м ²

29. Коэффициента поверхностного натяжения воды σ по измеренной силе

натяжения, приходящейся на измеренный смачиваемый периметр: $\sigma = \frac{F}{l}$

F , Н $\times 10^3$	2,53	3,42	4,48	5,64	6,87	7,34	8,28	9,62
l , см	3,50	4,65	6,15	7,69	9,44	9,97	11,38	13,14

10,12	11,22	$\theta_F = 5 \cdot 10^{-6}$ Н
13,90	15,33	$\theta_l = 50$ мкМ

30. Коэффициента поверхностного натяжения σ ртути по измерению силы работы увеличения свободной поверхности на известную величину ΔS :

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}$$

A , Дж $\times 10^3$	0,18	0,24	0,23	0,72	0,36	0,40	0,44	0,49
ΔS , см ²	3,7	4,7	6,0	6,3	7,5	7,9	8,9	9,6

0,55	0,61	$\theta_A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж
10,8	12,4	$\theta_s = 0,05$ см ²