

Лабораторная работа 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

(поток электрической индукции)

Цели работы: ознакомление с методикой моделирования электростатического поля в токопроводящей среде; исследование электростатического поля, созданного системой проводящих тел; исследование интегральных характеристик электростатического поля – поток вектора напряженности и индукции, теорема Гаусса, циркуляция вектора напряженности.

Приборы и принадлежности: лабораторный макет установки для моделирования электростатического поля (рис. 3.1).

В работе используется планшет 1, покрытый проводящей бумагой, с нанесенными на него металлическими электродами 2. На планшете установлены две подвижные линейки 3, с помощью которых определяются координаты щупа 4, подключенного к вольтметру *PV*. Помещая щуп в различные точки планшета и измеряя потенциал данной точки, можно построить картину исследуемого поля.

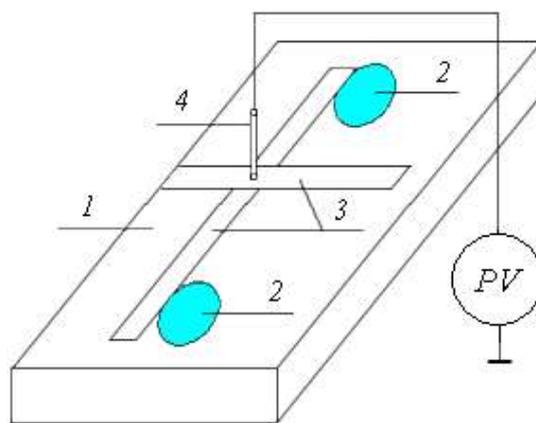


Рис. 3.1

Исследуемые закономерности

Модель электростатического поля. В проводящей среде под действием приложенной к электродам постоянной разности потенциалов происходит направленное движение заряженных частиц, в результате которого в среде, окружающей электроды, устанавливается стационарное распределение потенциала, подобное распределению потенциала в диэлектрической среде вокруг заряженных проводящих тел, если форма и взаимное расположение последних аналогичны соответствующим параметрам электродов проводящей модели.

Сопоставление свойств электростатического поля и поля электрического тока в проводящей среде показывает, что если в электростатическом поле на помещенный в поле заряд действует сила

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -q \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \mathbf{n}, \quad (3.1)$$

где \mathbf{n} – единичный вектор в направлении максимального изменения потенциала, то в проводящей среде вектор плотности тока подчиняется вполне симметричному соотношению

$$\mathbf{j} = -\gamma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \mathbf{n} = \gamma \mathbf{E}, \quad (3.2)$$

где γ – электропроводность среды (величина, обратная удельному сопротивлению).

Из сопоставления двух соотношений видно, что, во-первых, оба поля потенциальны, (не образуют вихрей в пространстве, окружающем электроды), а во-вторых, как линии напряженности электростатического поля, так и линии тока перпендикулярны линиям или поверхностям равного потенциала.

Поле длинной двухпроводной линии. На планшете моделируются так называемые плоские поля, т. е. поля, картина которых остается неизменной при параллельном переносе плоскости, в которой производится исследование поля. Обычно, это электростатические поля объектов, бесконечно протяженных в направлении, перпендикулярном секущей плоскости.

В работе исследуется поле двух длинных, параллельных, равномерно и разноименно заряженных проводящих цилиндров (двухпроводной линии).

Если абсолютное значение линейной плотности заряда на цилиндрах τ (Кл/м), то напряженность электростатического поля в произвольной точке

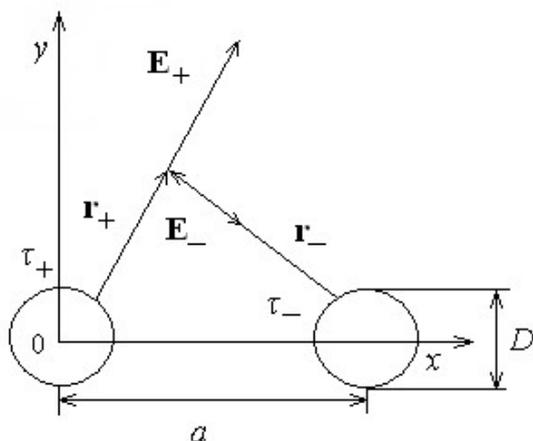


Рис. 3.2

секущей плоскости будет определяться геометрической суммой напряженностей полей, создаваемых каждым цилиндром (принцип суперпозиции). Для каждого из цилиндров абсолютное значение напряженности поля

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (3.3)$$

а значение и направление результирующего вектора напряженности поля определяют по

отношению к системе координат xOy (рис. 3.2), заданной экспериментатором.

Напряженность поля и вектор индукции. Для электростатического поля справедливо следующее соотношение между вектором напряженности поля и вектором электрической индукции:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}. \quad (3.4)$$

Особенность вектора электрической индукции состоит в том, что, описывая с помощью этой физической величины электрическое поле, исследователь избавляется от необходимости учитывать связанные заряды, возникающие при поляризации среды.

Поток вектора индукции электрического поля (теорема Гаусса). Поток вектора индукции электрического поля определяется выражением

$$\Phi_D = \int_S \mathbf{D}d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{D}\mathbf{n}ds = \int_S Dds \cos(\mathbf{D}\mathbf{n}) = \int_S D_n ds, \quad (3.5)$$

где S – поверхность произвольной формы в области поля; \mathbf{n} – единичный вектор нормали в данной точке поверхности.

Поток вектора индукции поля является характеристикой источников этого поля. Для электростатического поля справедлива теорема Гаусса

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{s} = \int_V \rho dV = Q_V, \quad (3.6)$$

где S – произвольная замкнутая поверхность в области поля; V – объем области поля, ограниченный поверхностью S ; Q_V – заряд, распределенный в объеме V .

Выражение (3.6) означает: *поток вектора индукции электростатического поля через замкнутую поверхность произвольной формы равен суммарному заряду, заключенному в объеме, ограниченном этой поверхностью, и не зависит от зарядов, расположенных вне данной поверхности.*

Задание на подготовку к работе (оформить на отдельном листе)

1. Сформулируйте цель работы.
2. Для данной модели двухпроводной разноименно заряженной линии качественно изобразите на рисунке силовые линии напряженности (5–6 линий) и эквипотенциальные линии (5–6 линий).
3. Дайте определение потенциального поля, напряженности и потенциала электростатического поля. Выведите соотношение, которое связывает разность потенциалов с напряженностью электростатического поля, используя их определения.

4. Как по силовым линиям электростатического поля можно качественно характеризовать напряженность, поток вектора напряженности?

5. Покажите, что градиент потенциала, взятый с противоположным знаком, равен значению напряженности электростатического поля.

6. Выведите, используя теорему Гаусса, выражение для зависимости напряженности от расстояния до центра равномерно заряженного по объему с объемной плотностью ρ бесконечного стержня радиуса R (внутри и вне стержня). Диэлектрическая проницаемость стержня $\varepsilon = 2$, вне стержня $\varepsilon = 1$.

Указания по выполнению наблюдений

1. Выполнить эскиз модели. Для этого, пользуясь подвижными линейками планшета, определить координаты и размеры электродов модели. Далее нанести изображения электродов и оси координат на подготовленный бланк (лист миллиметровой бумаги формата А4), определить масштаб, в котором будет изображена исследуемая модель, оцифровать координатные оси.

2. Установить линейки в произвольной точке планшета, записать координаты этой точки. Измерить потенциал выбранной точки. Сместить одну из линеек примерно на 0.5 см вдоль оси x , измерить потенциал в этой точке. Вернуть линейку в исходное положение. Сместить другую линейку примерно на 0.5 см вдоль оси y , измерить потенциал этой точки. Легко видеть, что таким образом реализуется измерение составляющих E_x и E_y вектора напряженности исследуемого поля.

3. Наметить на эскизе модели произвольный прямоугольный контур, не охватывающий электроды. Размеры этого контура на модели должны составлять примерно 3×6 см. Разбить контур на отрезки, длина которых на исследуемой модели будет около 0.5 см. Рассчитать координаты середины каждого отрезка на исследуемой модели, после чего, пользуясь подвижными линейками, измерить потенциалы в середине каждого отрезка и на расстоянии примерно 0.5 см в направлении, перпендикулярном данному отрезку. Таким образом реализуется измерение нормальных составляющих вектора напряженности для каждого из отрезков.

4. Выполнить аналогичные п. 3 измерения для произвольного прямоугольного контура, охватывающего один из электродов.

Задание на подготовку к работе

1. Выполните индивидуальное домашнее задание.
2. Изучите описание лабораторной работы.
3. Подготовьте лист миллиметровой бумаги формата А4 для изображения электродов исследуемой модели, координатных осей и основных характеристик поля.
4. Подготовьте таблицы для результатов измерений, описанных в пп. 2–5 «Указаний по проведению наблюдений».
5. Выведите формулы для определения значений величин проекций и модулей индукции поля, ориентируясь на подготовленные таблицы.
6. Выведите формулы для определения погрешностей составляющих индукции поля и их модулей, основываясь на значениях инструментальных погрешностей измерения потенциала и координат.
7. Подготовьте протокол наблюдений с соответствующими таблицами.

Задание по обработке результатов

1. По результатам измерений п. 2 «Указаний по проведению наблюдений» рассчитайте и изобразите на подготовленном бланке векторы, изображающие составляющие и модуль значения индукции в исследованной точке. Рядом с вектором укажите его значение и погрешность. При расчетах принять, что диэлектрическая проницаемость моделируемой области $\epsilon = 1$.
2. По результатам измерений п. 3 «Указаний по проведению наблюдений» рассчитайте нормальную составляющую напряженности на каждом отрезке выбранного контура. Изобразите на контуре несколько (6–8) составляющих напряженности поля с указанием погрешности. Если предположить, что исследуемая модель представляет собой два длинных заряженных цилиндра, то в вертикальном направлении значение напряженности поля меняться не будет. Таким образом, выбранный контур можно считать основанием цилиндра высотой h . Задав значение высоты (несколько сантиметров) и воспользовавшись одним из выражений (3.5), (3.6), рассчитайте значение потока вектора индукции в данной области исходя из того, что диэлектрическая проницаемость моделируемой области $\epsilon = 1$.
3. По результатам измерений п. 4 «Указаний по проведению наблюдений» проведите расчеты, аналогичные расчетам, выполненным в п.

2. Рассчитайте значение потока вектора индукции и вычислите погонный заряд цилиндров [Кл/м].

4. Сформулируйте выводы по проведенному исследованию.