

# Лабораторная работа 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

(поток электрической индукции)

*Цели работы:* ознакомление с методикой моделирования электростатического поля в токопроводящей среде; исследование электростатического поля, созданного системой проводящих тел; исследование интегральных характеристик электростатического поля – поток вектора напряженности и индукции, теорема Гаусса, циркуляция вектора напряженности.

*Приборы и принадлежности:* лабораторный макет установки для моделирования электростатического поля (рис. 3.1).

В работе используется планшет 1, покрытый проводящей бумагой, с нанесенными на него металлическими электродами 2. На планшете установлены две подвижные линейки 3, с помощью которых определяются координаты щупа 4, подключенного к вольтметру *PV*. Помещая щуп в различные точки планшета и измеряя потенциал данной точки, можно построить картину исследуемого поля.

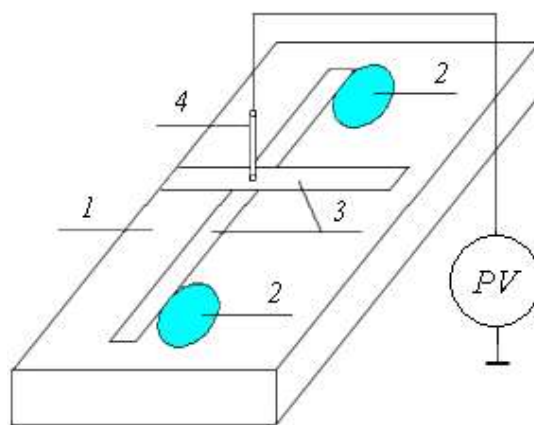


Рис. 3.1

## Исследуемые закономерности

**Модель электростатического поля.** В проводящей среде под действием приложенной к электродам постоянной разности потенциалов происходит направленное движение заряженных частиц, в результате которого в среде, окружающей электроды, устанавливается стационарное распределение потенциала, подобное распределению потенциала в диэлектрической среде вокруг заряженных проводящих тел, если форма и взаимное расположение последних аналогичны соответствующим параметрам электродов проводящей модели.

Сопоставление свойств электростатического поля и поля электрического тока в проводящей среде показывает, что если в электростатическом поле на помещенный в поле заряд действует сила

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -q \frac{\Delta\phi}{\Delta l} \mathbf{n}, \quad (3.1)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор в направлении максимального изменения потенциала, то в проводящей среде вектор плотности тока подчиняется вполне симметричному соотношению

$$\mathbf{j} = -\gamma \frac{\Delta\phi}{\Delta l} \mathbf{n} = \gamma \mathbf{E}, \quad (3.2)$$

где  $\gamma$  – электропроводность среды (величина, обратная удельному сопротивлению).

Из сопоставления двух соотношений видно, что, во-первых, оба поля потенциальны, (не образуют вихрей в пространстве, окружающем электроды), а во-вторых, как линии напряженности электростатического поля, так и линии тока перпендикулярны линиям или поверхностям равного потенциала.

**Поле длинной двухпроводной линии.** На планшете моделируются так называемые плоские поля, т. е. поля, картина которых остается неизменной при параллельном переносе плоскости, в которой производится исследование поля. Обычно, это электростатические поля объектов, бесконечно протяженных в направлении, перпендикулярном секущей плоскости.

В работе исследуется поле двух длинных, параллельных, равномерно и разноименно заряженных проводящих цилиндров (двухпроводной линии).

Если абсолютное значение линейной плотности заряда на цилиндрах  $\tau$  (Кл/м), то напряженность электростатического поля в произвольной точке

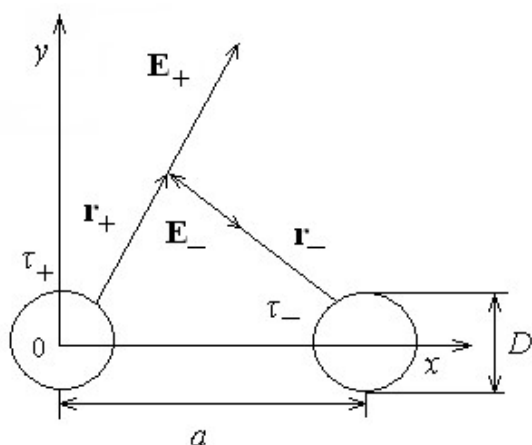


Рис. 3.2

секущей плоскости будет определяться геометрической суммой напряженностей полей, создаваемых каждым цилиндром (принцип суперпозиции). Для каждого из цилиндров абсолютное значение напряженности поля

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (3.3)$$

а значение и направление результирующего вектора напряженности поля определяют по

отношению к системе координат  $xOy$  (рис. 3.2), заданной экспериментатором.

**Напряженность поля и вектор индукции.** Для электростатического поля справедливо следующее соотношение между вектором напряженности поля и вектором электрической индукции:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}. \quad (3.4)$$

Особенность вектора электрической индукции состоит в том, что, описывая с помощью этой физической величины электрическое поле, исследователь избавляется от необходимости учитывать связанные заряды, возникающие при поляризации среды.

**Поток вектора индукции электрического поля (теорема Гаусса).** Поток вектора индукции электрического поля определяется выражением

$$\Phi_D = \int_S \mathbf{D}d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{D}\mathbf{n}ds = \int_S Dds \cos(\mathbf{D}\mathbf{n}) = \int_S D_n ds, \quad (3.5)$$

где  $S$  – поверхность произвольной формы в области поля;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор нормали в данной точке поверхности.

Поток вектора индукции поля является характеристикой источников этого поля. Для электростатического поля справедлива теорема Гаусса

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{s} = \int_V \rho dV = Q_V, \quad (3.6)$$

где  $S$  – произвольная замкнутая поверхность в области поля;  $V$  – объем области поля, ограниченный поверхностью  $S$ ;  $Q_V$  – заряд, распределенный в объеме  $V$ .

Выражение (3.6) означает: *поток вектора индукции электростатического поля через замкнутую поверхность произвольной формы равен суммарному заряду, заключенному в объеме, ограниченном этой поверхностью, и не зависит от зарядов, расположенных вне данной поверхности.*

### **Задание на подготовку к работе (оформить на отдельном листе)**

1. Сформулируйте цель работы.
2. Для данной модели двухпроводной разноименно заряженной линии качественно изобразите на рисунке силовые линии напряженности (5–6 линий) и эквипотенциальные линии (5–6 линий).
3. Дайте определение потенциального поля, напряженности и потенциала электростатического поля. Выведите соотношение, которое связывает разность потенциалов с напряженностью электростатического поля, используя их определения.

4. Как по силовым линиям электростатического поля можно качественно характеризовать напряженность, поток вектора напряженности?

5. Покажите, что градиент потенциала, взятый с противоположным знаком, равен значению напряженности электростатического поля.

6. Выведите, используя теорему Гаусса, выражение для зависимости напряженности от расстояния до центра равномерно заряженного по объему с объемной плотностью  $\rho$  бесконечного стержня радиуса  $R$  (внутри и вне стержня). Диэлектрическая проницаемость стержня  $\varepsilon = 2$ , вне стержня  $\varepsilon = 1$ .

### **Указания по выполнению наблюдений**

1. Выполнить эскиз модели. Для этого, пользуясь подвижными линейками планшета, определить координаты и размеры электродов модели. Далее нанести изображения электродов и оси координат на подготовленный бланк (лист миллиметровой бумаги формата А4), определить масштаб, в котором будет изображена исследуемая модель, оцифровать координатные оси.

2. Установить линейки в произвольной точке планшета, записать координаты этой точки. Измерить потенциал выбранной точки. Сместить одну из линеек примерно на 0.5 см вдоль оси  $x$ , измерить потенциал в этой точке. Вернуть линейку в исходное положение. Сместить другую линейку примерно на 0.5 см вдоль оси  $y$ , измерить потенциал этой точки. Легко видеть, что таким образом реализуется измерение составляющих  $E_x$  и  $E_y$  вектора напряженности исследуемого поля.

3. Наметить на эскизе модели произвольный прямоугольный контур, не охватывающий электроды. Размеры этого контура на модели должны составлять примерно  $3 \times 6$  см. Разбить контур на отрезки, длина которых на исследуемой модели будет около 0.5 см. Рассчитать координаты середины каждого отрезка на исследуемой модели, после чего, пользуясь подвижными линейками, измерить потенциалы в середине каждого отрезка и на расстоянии примерно 0.5 см в направлении, перпендикулярном данному отрезку. Таким образом реализуется измерение нормальных составляющих вектора напряженности для каждого из отрезков.

4. Выполнить аналогичные п. 3 измерения для произвольного прямоугольного контура, охватывающего один из электродов.

### Задание на подготовку к работе

1. Выполните индивидуальное домашнее задание.
2. Изучите описание лабораторной работы.
3. Подготовьте лист миллиметровой бумаги формата А4 для изображения электродов исследуемой модели, координатных осей и основных характеристик поля.
4. Подготовьте таблицы для результатов измерений, описанных в пп. 2–5 «Указаний по проведению наблюдений».
5. Выведите формулы для определения значений величин проекций и модулей индукции поля, ориентируясь на подготовленные таблицы.
6. Выведите формулы для определения погрешностей составляющих индукции поля и их модулей, основываясь на значениях инструментальных погрешностей измерения потенциала и координат.
7. Подготовьте протокол наблюдений с соответствующими таблицами.

### Задание по обработке результатов

1. По результатам измерений п. 2 «Указаний по проведению наблюдений» рассчитайте и изобразите на подготовленном бланке векторы, изображающие составляющие и модуль значения индукции в исследованной точке. Рядом с вектором укажите его значение и погрешность. При расчетах принять, что диэлектрическая проницаемость моделируемой области  $\epsilon = 1$ .
2. По результатам измерений п. 3 «Указаний по проведению наблюдений» рассчитайте нормальную составляющую напряженности на каждом отрезке выбранного контура. Изобразите на контуре несколько (6–8) составляющих напряженности поля с указанием погрешности. Если предположить, что исследуемая модель представляет собой два длинных заряженных цилиндра, то в вертикальном направлении значение напряженности поля меняться не будет. Таким образом, выбранный контур можно считать основанием цилиндра высотой  $h$ . Задав значение высоты (несколько сантиметров) и воспользовавшись одним из выражений (3.5), (3.6), рассчитайте значение потока вектора индукции в данной области исходя из того, что диэлектрическая проницаемость моделируемой области  $\epsilon = 1$ .
3. По результатам измерений п. 4 «Указаний по проведению наблюдений» проведите расчеты, аналогичные расчетам, выполненным в п.

2. Рассчитайте значение потока вектора индукции и вычислите погонный заряд цилиндров [Кл/м].

4. Сформулируйте выводы по проведенному исследованию.