

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

---

Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

---

С. С. ЧУРГАНОВА И. А. ЧЕРЕМУХИНА

**ОПТИКА И АТОМНАЯ ФИЗИКА**

Учебное пособие

Санкт-Петербург  
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»  
2017

УДК 535(07)+539.18 (07)

ББК В34я7+В38я7

Ч-93

**Чурганова С. С., Черемухина И. А.**

Ч-93 Оптика и атомная физика: учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 56 с.

ISBN 978-5-7629-2016-2

Содержит описание основных явлений и законов волновой и квантовой оптики, атомной физики, а также задачи для самостоятельной работы.

Предназначено для студентов II курса открытого факультета СПбГЭТУ «ЛЭТИ».

УДК 535(07)+539.18 (07)

ББК В34я7+В38я7

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. Д. А. Субботин (НИУ ИТМО);

Утверждено

редакционно-издательским советом университета

в качестве учебного пособия

ISBN 978-5-7629-2016-2

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017

# 1. ОПТИКА

*Волновая оптика* – раздел оптики, изучающий явления, в основе которых лежит волновая природа света. К таким явлениям относятся интерференция, дифракция, поляризация, дисперсия и т. д.

*Квантовая оптика* – раздел оптики, исследующий процессы взаимодействия света с веществом, в которых проявляются квантовые свойства света. К таким процессам относятся тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона, давление света и т. д.

## 1.1. Волновая оптика

### 1.1.1. Интерференция света

Под интерференцией света понимают явление наложения световых волн друг на друга. Для наблюдения интерференции необходимо выполнение как минимум двух условий: 1) наличие не менее двух источников света; 2) когерентность этих источников, а значит, и волн, ими излучаемых.

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \alpha_1), \quad E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \alpha_2),$$

где  $E_1$  и  $E_2$  – значения световых векторов в момент времени  $t$  для каждой волны соответственно;  $E_{01}$  и  $E_{02}$  – амплитуды световых векторов;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – начальные фазы двух волн;  $\omega$  – угловая частота волн. Амплитуда результирующей волны в данной точке определяется как

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)},$$

где  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  – разность фаз складываемых волн.

Две волны являются *когерентными*, если они имеют одинаковые частоты, а их разность фаз  $\delta = (\alpha_2 - \alpha_1)$  остается постоянной во времени. Источники таких волн также когерентны.

Если перейти от амплитуд к интенсивностям и учесть, что интенсивность излучения  $I \sim E^2$ , то получим:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1),$$

где  $I_1$  и  $I_2$  – интенсивности накладываемых волн;  $I$  – интенсивность результирующей волны. Для когерентных волн в тех точках, где  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0$ , имеем  $I > I_1 + I_2$ ; а в точках, где  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$ , имеем  $I < I_1 + I_2$ .

Таким образом, интерференцией света называется явление перераспределения интенсивности светового потока в пространстве при наложении когерентных световых волн, в результате чего в одних точках пространства возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности света. Особенно отчетливо интерференция проявляется в случае  $I_1 = I_2$ . Тогда в минимумах имеем  $I = 0$ , а в максимумах  $I = 4I_1$ .

Явление интерференции не наблюдается от двух независимых источников (две свечи, две лампочки), так как такие источники не обладают свойством когерентности. Когерентные источники могут быть созданы только искусственно путем разделения светового пучка от одного источника на две части при помощи отражения или преломления.

Пусть в некоторой точке  $O$  пространства произошло разделение световой волны на две когерентные (рис. 1.1). Далее одна волна распространяется в

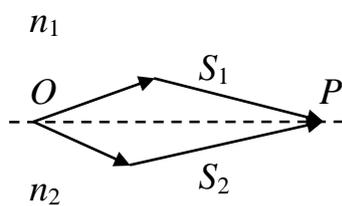


Рис. 1.1

среде с показателем преломления  $n_1$  и проходит геометрический путь  $S_1$ . Другая волна распространяется в среде с показателем преломления  $n_2$  и проходит геометрический путь  $S_2$ . Затем эти волны накладываются друг на друга в некоторой другой точке

пространства  $P$ . *Оптическим путем* волны называется величина  $L$ , равная произведению показателя преломления среды на геометрический путь волны:

$$L = n \cdot S.$$

Разность оптических путей двух волн, равная

$$\Delta = n_2 \cdot S_2 - n_1 \cdot S_1,$$

есть *оптическая разность хода* двух волн. Понятия оптического пути и оптической разности хода являются основными в практических расчетах интерференционной картины.

Можно показать, что разность фаз  $\delta = (\alpha_2 - \alpha_1)$  накладываемых одна на другую волн связана с их оптической разностью хода как

$$\delta = 2\pi\Delta / \lambda_0,$$

где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

Если на оптической разности хода двух волн укладывается целое число длин волн (или четное число полуволн), то эти волны максимально усиливают друг друга. *Условие интерференционного максимума* (усиления волн) имеет вид:

$$\Delta = \pm k \cdot \lambda = \pm 2k \frac{\lambda_0}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Если на оптической разности хода двух волн укладывается нечетное число полуволн, то эти волны максимально ослабляют друг друга. *Условие интерференционного минимума* (ослабления волн) имеет вид:

$$\Delta = \pm(2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}.$$

В предлагаемых для решения задачах рассматривается интерференция в тонких пластинках (пленках), а также интерференционная картина, носящая название *колец Ньютона*.

**Интерференция в тонких пластинках (пленках).** В плоскопараллельных тонких пластинках (пленках) можно наблюдать интерференцию лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей пластинки. Пусть на тонкую плоскопараллельную пластинку с показателем преломления  $n$  и толщиной  $d$ , находящуюся в среде с показателем преломления  $n_0 = 1$ , падает под углом  $\alpha$  к нормали световой луч  $I$  (рис. 1.2). После деления амплитуды этого луча в точке на верхней поверхности пластинки и следующего за этим отражения волны от верхней и нижней поверхностей на ее выходе образуются параллельные когерентные лучи  $I'$  и  $2'$ . Интерференцию в таких отраженных лучах можно наблюдать в точке  $P$ , находящейся в фокусе вспомогательной собирающей линзы  $L$ . Оптическая разность хода отраженных лучей равна

$$\Delta = n(AB + BC) - (AD + \lambda_0 / 2),$$

причем должна быть учтена потеря полу-волны  $\lambda_0/2$  при отражении волны от оптически более плотной среды на верхней поверхности пластинки. Выполнив соответствующие математические

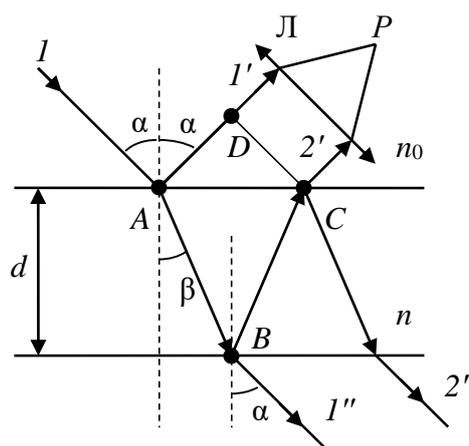


Рис. 1.2

преобразования, получим конечное выражение для оптической разности хода отраженных лучей:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2}.$$

Теперь, приравнявая последнюю формулу условиям интерференционных максимумов и минимумов, получим выражения для расчета интерференционной картины в отраженном свете:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2} = \pm k\lambda_0 = \pm 2k \frac{\lambda_0}{2} \quad - \text{условие максимумов},$$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2} = \pm(2k + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad - \text{условие минимумов}.$$

Если первичные лучи падают на пластинку нормально, то  $\alpha = 0$  и  $\sin \alpha = 0$ . Тогда максимум интенсивности

$$2dn = \pm(k + \frac{1}{2})\lambda_0 = \pm(2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}.$$

Из этого условия можно определить минимальную толщину пластинки, при которой происходит усиление света ( $k = 0$ ):

$$d_{\min} = \lambda_0 / 4n.$$

Аналогично, для минимума интенсивности получаем

$$d_{\min} = \lambda_0 / 2n.$$

В плоскопараллельных пластинках (пленках) можно наблюдать интерференцию не только в отраженных, но и в проходящих через пластинку лучах (на рис. 1.2 лучи  $1''$  и  $2''$ ). Разность хода этих лучей отличается от случая отраженных лучей лишь отсутствием потери полуволны  $\lambda_0/2$ , так как нет отражения от оптически более плотной среды. Условия максимума и минимума интенсивности света, а также выражения для минимальной толщины пластины оказываются противоположными полученным для случая отраженных лучей.

**Интерференция в виде колец Ньютона** – еще один из способов наблюдения интерференции света. Он используется при отражении падающего света от воздушной прослойки, образованной между поверхностью плоской стеклянной пластинки и соприкасающейся с ней выпуклой поверхностью линзы. Отраженные от обеих поверхностей прослойки световые волны являются ко-

герентными и поэтому будут интерферировать. Вокруг области соприкосновения обеих поверхностей наблюдаются кольцеобразные интерференционные максимумы и минимумы – кольца Ньютона. Используя условия максимума и минимума для оптической разности хода, можно вывести выражения для радиусов светлых и темных колец:

$$r_{\text{св}} = \sqrt{(2k - 1)R \frac{\lambda_0}{2}}, \quad r_{\text{т}} = \sqrt{kR\lambda_0}.$$

Кольца Ньютона также можно наблюдать и в проходящем свете, хотя и менее отчетливо, чем в отраженном. В этом случае выражения для радиусов светлых и темных колец меняются местами.

### Задачи

1. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,5$  из воздуха под углом  $\alpha = 45^\circ$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. В отраженном свете наблюдается усиление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить толщину пленки  $d$ . Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\text{min}}$ , при которой свет данной длины волны максимально усиливается.

2. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,52$  и толщиной  $d = 120$  нм из воздуха падает свет под углом  $\alpha = 30^\circ$ . В отраженном свете наблюдается ослабление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить длину волны  $\lambda$  падающего света. Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\text{min}}$ , при которой свет данной длины волны максимально ослабляется.

3. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,4$  из воздуха под углом  $\alpha = 60^\circ$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 390$  нм. В преломленном свете наблюдается ослабление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить толщину пленки  $d$ . Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\text{min}}$ , при которой свет данной длины волны максимально ослабляется.

4. На тонкую пленку толщиной  $d = 120$  нм из воздуха под углом  $\alpha = 45^\circ$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 630$  нм. В отраженном свете наблюдается усиление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выраже-

ние для оптической разности хода между ними, определить показатель преломления  $n$  пленки. Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\min}$ , при которой свет данной длины волны максимально усиливается.

5. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,43$  из воздуха под углом  $\alpha = 80^\circ$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 540$  нм. В преломленном свете наблюдается ослабление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить толщину пленки  $d$ . Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\min}$ , при которой свет данной длины волны максимально ослабляется.

6. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,6$  и толщиной  $d = 150$  нм из воздуха под углом  $\alpha = 70^\circ$  падает свет. В преломленном свете наблюдается усиление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить длину волны  $\lambda$  падающего света. Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\min}$ , при которой свет данной длины волны максимально усиливается.

7. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,33$  и толщиной  $d = 300$  нм из воздуха под углом  $\alpha$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 580$  нм. В преломленном свете наблюдается усиление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить угол падения света  $\alpha$ . Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\min}$ , при которой свет данной длины волны максимально усиливается.

8. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,5$  из воздуха под углом  $\alpha = 30^\circ$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 450$  нм. В отраженном свете наблюдается ослабление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить толщину пленки  $d$ . Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\min}$ , при которой свет данной длины волны максимально ослабляется.

9. На тонкую пленку толщиной  $d = 100$  нм из воздуха под углом  $\alpha = 30^\circ$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 700$  нм. В отраженном свете наблюдается усиление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить показатель преломления  $n$  пленки. Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\min}$ , при которой свет данной длины волны максимально усиливается.

10. На тонкую пленку с показателем преломления  $n = 1,6$  из воздуха под углом  $\alpha = 25^\circ$  падает свет с длиной волны  $\lambda = 400$  нм. В отраженном свете наблюдается ослабление излучения. Изобразить ход интерферирующих лучей, вывести выражение для оптической разности хода между ними, определить толщину пленки  $d$ . Рассчитать минимальную толщину пленки  $d_{\min}$ , при которой свет данной длины волны максимально ослабляется.

11. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим излучением с длиной волны  $\lambda = 650$  нм. Между линзой с показателем преломления  $n_1 = 1,5$  и прозрачной пластинкой с таким же показателем преломления  $n_2 = n_1$  находится слой вещества с показателем преломления  $n = 1$ . Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиус кривизны линзы  $R = 1$  м. Найти радиус пятого темного интерференционного кольца  $r_5$  и толщину  $d_5$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения кольца.

12. На установку для наблюдения колец Ньютона падает монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda = 400$  нм. Между линзой с показателем преломления  $n_1 = 1,47$  и прозрачной пластинкой с показателем преломления  $n_2 = 1,53$  находится слой вещества с показателем преломления  $n = 1,6$ . Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиус шестого светлого интерференционного кольца  $r_6 = 3,1$  мм. Найти радиус  $R$  кривизны линзы и толщину  $d_6$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения кольца.

13. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим излучением с длиной волны  $\lambda = 546$  нм. Между линзой с показателем преломления  $n_1 = 1,62$  и прозрачной пластинкой с показателем преломления  $n_2 = 1,72$  находится слой вещества с показателем преломления  $n = 1$ . Интерференция наблюдается в отраженном свете, причем разница в радиусах восемнадцатого и десятого светлых колец равна  $r_{18} - r_{10} = 2,34$  мм. Найти толщину  $d_{10}$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения десятого светлого кольца и радиус кривизны  $R$  линзы.

14. На установку для наблюдения колец Ньютона падает монохроматическое излучение. Между линзой с показателем преломления  $n_1 = 1,4$  и прозрачной пластинкой с показателем преломления  $n_2 = 1,48$  находится вещество с

показателем преломления  $n = 1,43$ . Радиус кривизны линзы  $R = 5$  м. Наблюдение ведется в проходящем свете, причем разница в радиусах двадцать первого и семнадцатого темных колец равна  $r_{21} - r_{17} = 0,51$  мм. Найти длину волны  $\lambda$  падающего излучения и толщину  $d_{17}$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения семнадцатого темного кольца.

15. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим излучением с длиной волны  $\lambda = 486$  нм. Между линзой с показателем преломления  $n_1 = 1,52$  и прозрачной пластинкой с таким же показателем преломления  $n_2 = n_1$  находится слой вещества с показателем преломления  $n = 1,63$ . Интерференция наблюдается в проходящем свете, причем радиус  $k$ -го темного кольца  $r_k = 5$  мм, а толщина  $d_k$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения этого кольца равна  $675$  нм. Найти радиус  $R$  кривизны линзы и номер кольца  $k$ .

16. На установку для наблюдения колец Ньютона падает свет с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Линза и прозрачная пластинка имеют одинаковый показатель преломления  $n_1 = n_2 = 1,53$ . Радиус кривизны линзы  $R = 1$  м. Радиус наблюдаемого в отраженном свете двенадцатого темного интерференционного кольца  $r_{12} = 2,27$  мм. Найти показатель преломления  $n$  вещества между линзой и пластинкой и толщину  $d_{12}$  прослойки между ними в месте наблюдения кольца.

17. На установку для наблюдения колец Ньютона падает свет с длиной волны  $\lambda = 590$  нм. Между линзой, имеющей показатель преломления  $n_1 = 1,5$  и радиус кривизны  $R = 1,2$  м, и прозрачной пластинкой с показателем преломления  $n_2 = 1,8$  находится вещество с показателем преломления  $n = 1,6$ . Интерференция наблюдается в отраженном свете. Найти радиус тринадцатого светлого кольца  $r_{13}$  и толщину  $d_{13}$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения кольца.

18. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим излучением с длиной волны  $\lambda = 486$  нм. Линза с радиусом кривизны  $R = 1,65$  м и прозрачная пластинка имеют одинаковый показатель преломления  $n_1 = n_2 = 1,52$ . Радиус наблюдаемого в отраженном свете девятого темного ин-

терференционного кольца  $r_9 = 2$  мм. Найти толщину  $d_9$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения кольца и показатель преломления вещества прослойки  $n$ .

19. На установку для наблюдения колец Ньютона падает свет с длиной волны  $\lambda = 400$  нм. Между линзой, имеющей показатель преломления  $n_1 = 1,48$  и радиус кривизны  $R = 4$  м, и прозрачной пластинкой с показателем преломления  $n_2 = 1,5$  находится вещество с показателем преломления  $n = 1$ . Интерференция наблюдается в отраженном свете. Найти радиус девятнадцатого темного кольца  $r_{19}$  и толщину  $d_{19}$  прослойки между линзой и пластинкой в месте наблюдения кольца.

20. На установку для наблюдения колец Ньютона падает монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Линза с радиусом кривизны  $R = 3$  м и прозрачная пластинка имеют один и тот же показатель преломления  $n_1 = n_2 = 1,62$ . Интерференция наблюдается в отраженном свете. Найти радиус шестнадцатого светлого кольца  $r_{16}$  и показатель преломления  $n$  вещества между линзой и пластинкой, если толщина прослойки между ними в месте этого кольца  $d_{16} = 2,88$  мкм.

### 1.1.2. Дифракция света

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Условием наблюдения дифракции является соизмеримость линейных размеров преграды с длиной волны света, падающего на нее. Существенного физического различия между интерференцией и дифракцией нет. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

Явление дифракции может быть объяснено с помощью *принципа Гюйгенса–Френеля*, состоящего из утверждений: а) если окружить источники света произвольной замкнутой поверхностью  $F$ , то каждую точку такой поверхности можно рассматривать как источник вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях; б) эти вторичные волны когерентны между собой, так

как созданы одними и теми же первичными источниками; световое поле, возникающее в результате интерференции этих волн, в пространстве вне выбранной поверхности  $F$  совпадает с полем реальных источников света; в) мощности вторичного излучения с равных по площади участков равны между собой, а распространение света от вторичных источников происходит по нормали к волновой поверхности в этой точке; амплитуда же вторичных волн в направлении, составляющем с нормалью угол  $\alpha$ , тем меньше, чем больше  $\alpha$ , и равна нулю при  $\alpha \geq \pi/2$ .

Френель решил задачу о прямолинейном распространении света, рассмотрев интерференцию вторичных волн и применив способ, получивший название *метод зон Френеля*. Найдем в произвольной точке  $M$  амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде от точечного источника  $S$  (рис. 1.3). Заменяем действие источника действием воображаемых источников  $P_0, P_1, P_2$  и т. д., расположенных на вспомогательной поверхности  $F$ , являющейся поверхностью волнового фронта, идущего от источника  $S$ . Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны так, чтобы расстояния от

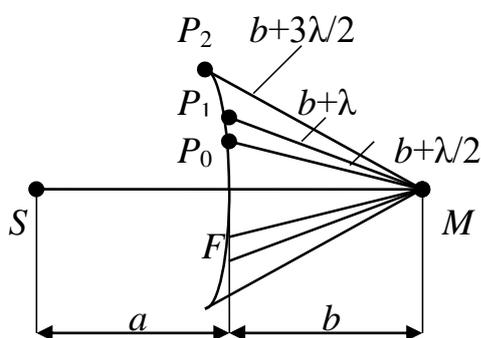


Рис. 1.3

краев каждой зоны до точки  $M$ , лежащей на прямой  $SM$ , отличались на  $\lambda/2$ , т. е.

$$|P_1M| - |P_0M| = |P_2M| - |P_1M| = \dots = \lambda/2.$$

Эти зоны получили название зон Френеля. Подобное разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, построив окружности с центром в точке  $M$  радиусами  $(b + \lambda/2)$ ,  $(b + 2 \cdot \lambda/2)$ ,  $(b + 3 \cdot \lambda/2)$  и т. д. Расстояние

$b_k$  от внешнего края  $k$ -й зоны тогда запи-

шется как

$$b_k = b + k\lambda/2.$$

Колебания, приходящие в точку  $M$  от соседних зон, находятся в противофазе и при наложении будут ослаблять друг друга. Радиус внешней границы  $k$ -й зоны Френеля равен

$$r_k = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}},$$

где  $a$  – расстояние от источника до поверхности  $F$ ;  $b$  – расстояние от вершины волновой поверхности до точки  $M$ ;  $\lambda$  – длина волны света в той среде, в которой распространяется волна. Площади зон Френеля примерно равны, а расстояния от зон до точки  $M$  медленно растут с ростом  $k$ . Поэтому амплитуды колебаний, возбуждаемых зонами Френеля в точке  $M$ , образуют монотонно убывающую последовательность

$$E_{01} > E_{02} > E_{03} \dots > E_{0(k-1)} > E_{0k} > E_{0(k+1)} \dots,$$

где  $E_{0i}$  – амплитуда колебаний от  $i$ -й зоны. Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, сдвинуты на  $\pi$ . Поэтому амплитуда результирующего колебания может быть найдена как

$$E_0 = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots$$

Запишем данное выражение в виде

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2}\right) + \left(\frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2}\right) + \dots$$

Можно приближенно считать, что

$$E_{0k} = \frac{E_{0(k-1)} + E_{0(k+1)}}{2}.$$

Тогда получим  $E_0 = E_{01} / 2$ . Таким образом, амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $M$  всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой лишь одной центральной зоной.

Различают два случая дифракции света: 1) дифракция Френеля – в сходящихся лучах, когда волна падает на препятствие, а дифракционная картина наблюдается на экране позади препятствия на конечном расстоянии от него; 2) дифракция Фраунгофера – в параллельных лучах, когда на препятствие падает плоская волна, а дифракция наблюдается на экране, находящемся в фокальной плоскости собирающей линзы. В конце параграфа помещены задачи по дифракции Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.

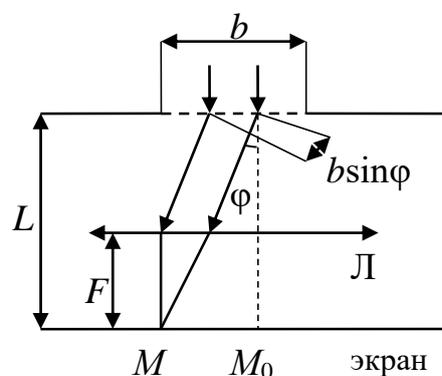


Рис. 1.4

**Дифракция на щели.** На щель шириной  $b$  падает плоская световая волна (рис. 1.4). Разобьем открытую часть волновой поверхности на параллельные краям щели элементарные плоские зоны так, чтобы разность хода от идентичных точек двух соседних зон в данном направлении была  $\lambda/2$ . Интенсивность в точке  $M$  экрана, расположенного в фокусе вспомогательной собирающей линзы  $L$ , определяется, согласно принципу Гюйгенса–Френеля, интерференцией вторичных волн, исходящих от всех элементарных участков щели и распространяющихся в точку  $M$  в одном и том же направлении под углом  $\varphi$ , называемым углом дифракции. Число зон Френеля равно

$$k = \frac{b \sin \varphi}{\lambda / 2}.$$

Если число зон четное, то колебания любых идентичных точек соседних зон погасят друг друга. В результате в данном направлении вторичные волны ослабляют друг друга, а *условие дифракционного минимума* интенсивности света будет иметь вид:

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

Если число зон нечетное, то колебания одной зоны будут некомпенсированы. Имеет место усиление вторичных волн. *Условие максимума* примет вид:

$$b \sin \varphi = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

В направлении  $\varphi = 0$  щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, в точке  $M_0$  будет наблюдаться центральный дифракционный максимум. Расчеты показывают, что интенсивности в центральном и последующих максимумах соотносятся как  $1 : 0,047 : 0,017 : 0,0083 : \dots$ , т. е. основная часть световой энергии сосредоточена именно в центральном максимуме между минимумами порядков  $k = \pm 1$ . Количество максимумов (или порядок спектра) не бесконечно. Его можно определить, положив  $\varphi_{\max} = 90^\circ$ , а значит  $\sin \varphi_{\max} = 1$  в условии максимума. Тогда имеем

$$k_{\max} = \left(\frac{b}{\lambda} - \frac{1}{2}\right).$$

Целая часть от получившегося дробного числа и будет искомым числом максимумов  $k_{\max}$  от данной щели. Угловая ширина  $\varphi_{\max}$  центрального максимума определится из условия

$$b \sin \varphi_{\max} = \pm k_{\max} \lambda.$$

Ширину  $\Delta x$  центрального максимума можно определить через фокусное расстояние  $F$  линзы перед экраном:

$$\Delta x \approx 2F\lambda / b,$$

а также из геометрии установки:

$$\Delta x \approx 2L \operatorname{tg} \varphi,$$

где  $L$  – расстояние от щели до экрана.

**Дифракция на решетке.** Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей (рис. 1.5). Параметрами решетки являются:

1) *постоянная*, или *период решетки*  $d$  – расстояние между серединами соседних щелей;  $d = a + b$ , где  $b$  – ширина щели;  $a$  – непрозрачный промежуток между щелями;

2)  $L$  – ширина решетки;

3)  $N = L/d$  – общее число щелей (штрихов);

4)  $n = 1/d = N/L$  – число штрихов на единицу длины.

Дифракционная картина определяется как результат взаимной интерференции вторичных волн, идущих от всех щелей, т. е. в решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных пучков света. При четном числе зон Френеля очевидно, что сложение многих минимумов от всех щелей дифракционной решетки должно также дать минимум интенсивности. Поэтому условие дифракционного минимума для решетки такое же, как и для одной щели:

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2}.$$

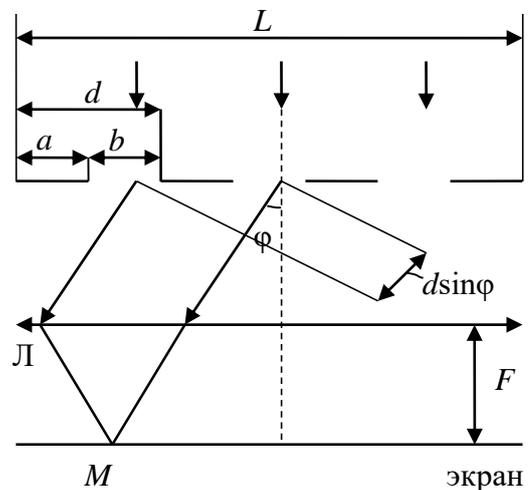


Рис. 1.5

При нечетном числе зон Френеля для каждой щели будет оставаться одна нескомпенсированная зона. Теперь световой эффект в точке  $M$  экрана, расположенного в фокусе собирающей линзы  $L$ , будет определяться фазовым соотношением волн, приходящих от таких нескомпенсированных зон. *Условие главных дифракционных максимумов* в данном случае запишется как

$$(a + b) \sin \varphi = \pm k \lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad d \sin \varphi = \pm k \lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots).$$

Очевидно, что наибольшему углу дифракции  $\varphi_{\max} = 90^\circ$  соответствует наибольший порядок спектра  $k_{\max}$ , который можно найти из условия главных максимумов:  $d \geq k_{\max} \lambda$ , взяв целую часть от получившегося числа.

Основными характеристиками дифракционной решетки как всякого спектрального прибора являются ее угловая и линейная дисперсии и разрешающая способность. *Угловая дисперсия*  $D_\varphi$  определяет угловое расстояние между двумя соседними спектральными линиями, различающимися по длине волны (другими словами, определяет способность решетки отклонять излучение различных длин волн на разные углы):

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}.$$

*Линейная дисперсия*  $D_l$  определяет линейное расстояние между двумя соседними спектральными линиями, различающимися по длине волны, и зависит также от фокусного расстояния  $F$  линзы:

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda} = D_\varphi \frac{dl}{d\varphi} \cong F D_\varphi,$$

где  $l = F \operatorname{tg} \varphi$  – положение спектральной линии, отсчитанное от центра экрана.

*Разрешающая способность* спектрального прибора – величина, характеризующая возможность раздельного наблюдения спектральных линий:

$$R = \lambda / \Delta \lambda,$$

где  $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  – минимальная разность длин волн двух спектральных линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , при которой эти линии воспринимаются раздельно. Разрешающую способность дифракционной решетки можно выразить через число  $N$  штрихов решетки и порядок спектра  $k$ :

$$R = kN.$$

Известно, что глаз воспринимает две линии отдельно, если глубина «провала» между линиями составляет не менее 20 % от интенсивности в максимумах спектральных линий. Этому условию удовлетворяет так называемый *критерий Релея*: две близлежащие спектральные линии с равными интенсивностями разрешимы (разделены для восприятия), если центральный дифракционный максимум одной линии совпадает с первым минимумом для другой.

### Задачи

1. На щель шириной  $b = 10$  мкм нормально падает параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Определить порядок спектра  $k$ , соответствующий углу дифракции  $\varphi_k = 2^\circ$ . Максимум или минимум будет наблюдаться при данном порядке  $k$ ?

2. При нормальном падении на щель шириной  $b_1 = 10$  мкм параллельного пучка света наблюдается первый дифракционный минимум при угле дифракции  $\varphi_1$ . Какова должна быть ширина щели  $b_2$  для максимума третьего порядка при том же угле дифракции ( $\varphi_1 = \varphi_2$ ) и той же длине волны?

3. На щель шириной  $b = 100$  мкм нормально падает параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Дифракционная картина наблюдается на экране, отстоящем от щели на расстоянии  $L = 1$  м. Определить ширину центрального дифракционного максимума  $\Delta x$ .

4. При нормальном падении на щель шириной  $b_1$  параллельного пучка света с длиной волны  $\lambda_1 = 760$  нм наблюдается первый дифракционный максимум при угле дифракции  $\varphi = 45^\circ$ . При падении же на щель шириной  $b_2$  света с длиной волны  $\lambda_2 = 440$  нм наблюдается первый дифракционный минимум при том же угле дифракции  $\varphi$ . Найти значения  $b_1$  и  $b_2$ .

5. На щель шириной  $b = 50$  мкм нормально падает параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Определить порядок спектра  $k$ , соответствующий углу дифракции  $\varphi_k = 2^\circ 45'$ . Максимум или минимум будет наблюдаться при данном порядке  $k$ ?

6. При нормальном падении на щель шириной  $b$  параллельного пучка света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм наблюдается максимальное число минимумов  $k_{\max} = 16$  при угле дифракции  $\varphi_{\max} = 21^\circ 6'$ . Найти ширину щели  $b$ .

7. На щель шириной  $b = 20$  мкм нормально падает параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Дифракционная картина проецируется на экран с помощью линзы с фокусным расстоянием  $F$ . Ширина центрального дифракционного максимума  $\Delta x = 7$  см. Определить  $F$ .

8. На щель шириной  $b = 10$  мкм нормально падает параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Определить максимальное число минимумов  $k_{\max}$  от данной щели.

9. На щель шириной  $b$  нормально падает параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Определить величину  $b$ , если максимальное число минимумов от данной щели  $k_{\max} = 30$ .

10. На щель шириной  $b = 10$  мкм нормально падает параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Определить порядок спектра  $k$ , соответствующий углу дифракции  $\varphi_k = 5^\circ 10'$ . Максимум или минимум будет наблюдаться при данном порядке  $k$ ?

11. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 700$  нм. Известные параметры решетки: порядок наблюдаемого спектра  $k = 4$ ; угол дифракции  $\varphi_k = 30^\circ$ ; общее число штрихов  $N = 10^3$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max} = 10$ . Найти следующие параметры решетки: постоянную решетки  $d$ , мкм; число штрихов  $n$  на 1 мм; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max}$ ; угловую дисперсию  $D_\varphi$ , рад/м; разрешающую способность  $R$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ , нм; ширину решетки  $L$ , см.

12. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 400$  нм. Известные параметры решетки: постоянная решетки  $d = 100$  мкм; порядок наблюдаемого спектра  $k = 2$ ; число штрихов на 1 мм  $n = 50$ ; ширина решетки  $L = 5$  см; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max} = 80^\circ$ . Найти следующие параметры решетки: угловую дисперсию  $D_\varphi$ ; разрешающую способность  $R$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ ; общее число штрихов  $N$ ; угол дифракции  $\varphi_k$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max}$ .

13. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda$ . Известные параметры решетки: постоянная решетки  $d = 200$  мкм; порядок наблюдаемого спектра  $k = 1$ ; общее число

штрихов  $N = 700$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max} = 6$ ; угловая дисперсия  $D_{\varphi} = 10^7$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda = 0,2$  нм. Найти следующие параметры решетки: длину волны  $\lambda$ , нм; число штрихов  $n$  на 1 мм; разрешающую способность  $R$ ; угол дифракции  $\varphi_k$ ; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max}$ ; ширину решетки  $L$ , см.

14. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 500$  нм. Известные параметры решетки: постоянная решетки  $d = 150$  мкм; угол дифракции  $\varphi_k = 10^\circ$ ; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max} = 70^\circ$ ; угловая дисперсия  $D_{\varphi} = 2 \cdot 10^5$ ; разрешающая способность  $R = 10^3$ . Найти следующие параметры решетки: число штрихов  $n$  на 1 мм; общее число штрихов  $N$ ; порядок наблюдаемого спектра  $k$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max}$ ; ширину решетки  $L$ , см; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ .

15. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda$ . Известные параметры решетки: число штрихов на 1 мм  $n = 300$ ; порядок наблюдаемого спектра  $k = 1$ ; угол дифракции  $\varphi_k = 20^\circ$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max} = 5$ ; угловая дисперсия  $D_{\varphi} = 3 \cdot 10^5$ ; ширина решетки  $L = 6$  см. Найти следующие параметры решетки: длину волны  $\lambda$ , нм; постоянную решетки  $d$ , мкм; общее число штрихов  $N$ ; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max}$ ; разрешающую способность  $R$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ , нм.

16. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 450$  нм. Известные параметры решетки: постоянная решетки  $d = 50$  мкм; общее число штрихов  $N = 600$ ; порядок наблюдаемого спектра  $k = 1$ ; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max} = 90^\circ$ ; угловая дисперсия  $D_{\varphi} = 2 \cdot 10^5$ . Найти следующие параметры решетки: число штрихов  $n$  на 1 мм; максимальный порядок спектра  $k_{\max}$ ; угол дифракции  $\varphi_k$ ; разрешающую способность  $R$ ; ширину решетки  $L$ , см; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ .

17. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 610$  нм. Известные параметры решетки: число штрихов на 1 мм  $n = 150$ ; порядок наблюдаемого спектра  $k = 2$ ; угол дифракции  $\varphi_k$

$= 20^\circ$ ; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max} = 60^\circ$ ; ширина решетки  $L = 10$  см. Найти следующие параметры решетки: постоянную решетки  $d$ , мкм; общее число штрихов  $N$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max}$ ; разрешающую способность  $R$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ ; угловую дисперсию  $D_\varphi$ .

18. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 650$  нм. Известные параметры решетки: постоянная решетки  $d = 200$  мкм; общее число штрихов  $N = 1000$ ; порядок наблюдаемого спектра  $k = 1$ ; угол дифракции  $\varphi_k = 10^\circ$ ; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max} = 80^\circ$ . Найти следующие параметры решетки: число штрихов  $n$  на 1 мм; максимальный порядок спектра  $k_{\max}$ ; разрешающую способность  $R$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ ; ширину решетки  $L$ , см; угловую дисперсию  $D_\varphi$ .

19. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda = 550$  нм. Известные параметры решетки: общее число штрихов  $N = 400$ ; порядок наблюдаемого спектра  $k = 2$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max} = 10$ ; угол дифракции  $\varphi_k = 10^\circ$ . Найти следующие параметры решетки: постоянную решетки  $d$ , мкм; число штрихов  $n$  на 1 мм; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max}$ ; разрешающую способность  $R$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda$ ; ширину решетки  $L$ , см; угловую дисперсию  $D_\varphi$ .

20. На прозрачную дифракционную решетку нормально падает плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda$ . Известные параметры решетки: постоянная решетки  $d = 300$  мкм; порядок наблюдаемого спектра  $k = 1$ ; общее число штрихов  $N = 800$ ; максимальный порядок спектра  $k_{\max} = 8$ ; угловая дисперсия  $D_\varphi = 4 \cdot 10^5$ ; разрешаемый интервал длин волн  $\Delta\lambda = 0,1$  нм. Найти следующие параметры решетки: длину волны  $\lambda$ , нм; число штрихов  $n$  на 1 мм; разрешающую способность  $R$ ; угол дифракции  $\varphi_k$ ; угол отклонения последнего максимума  $\varphi_{\max}$ ; ширину решетки  $L$ , см.

### ***1.1.3. Поляризация световых волн***

Следствием теории Максвелла является поперечность световых волн: векторы напряженностей электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости распространения волны (перпендикулярно лучу). Поэтому для описания закономерностей поляризации света достаточно знать поведение лишь одного из векторов – вектора напряженности  $\mathbf{E}$  электрического поля, называемого **световым вектором**.

*Поляризация света* – процесс упорядочения колебаний светового вектора волны при прохождении света сквозь некоторые вещества (при преломлении) или при отражении светового потока. В *естественном свете* присутствуют колебания светового вектора различных направлений и равной вероятности, т. е. естественный свет является полностью неполяризованным. Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-либо образом упорядочены, называется *поляризованным*. Если колебания вектора  $\mathbf{E}$  происходят только в одной плоскости, такой свет называется *линейно-* или *плоскополяризованным*.

Рассмотрим суперпозицию двух плоскополяризованных световых волн одной частоты, распространяющихся в одном направлении и имеющих взаимно перпендикулярные плоскости колебаний. При наложении друг на друга такие волны дают результирующую волну, световой вектор которой изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс. Такой свет называется *эллиптически поляризованным*. Эллиптическая поляризация является наиболее общим случаем поляризации света. Частные случаи: 1) *поляризация по кругу* – при равенстве амплитуд складываемых волн и разности их фаз, равной нечетному  $\pi/2$ , эллипс превращается в окружность; 2) *линейная поляризация* (или *поляризация в плоскости*) – эллипс вырождается в прямую при разности фаз складываемых волн, равной  $\pi$ .

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Они свободно пропускают колебания, параллельные так называемой плоскости поляризатора, и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. Примером природного кристалла, используемого в качестве поляризатора, является турмалин.

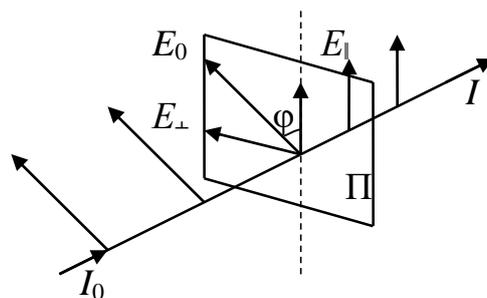


Рис. 1.6

Рассмотрим падающий на поляризатор плоскополяризованный свет амплитуды  $E_0$  и интенсивности  $I_0 \sim E_0^2$  (рис. 1.6). Угол  $\varphi$  – угол между плоскостью колебаний светового вектора и плоскостью  $\Pi$  поляризатора. Данное колебание можно разложить на два колебания с амплитудами  $E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi$  и  $E_{\perp} = E_0 \sin \varphi$ . Первое колебание пройдет через поляризатор, а второе погасится. Интенсивность света на выходе из поляризатора  $I \sim E_{\parallel}^2 = E_0^2 \cos^2 \varphi$ . Закон Малюса для поляризованного света имеет вид:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Рассмотрим естественный свет с интенсивностью  $I_0$ , проходящий поочередно через два поляризатора, плоскости которых образуют угол  $\varphi$ . Первый поляризатор преобразует естественный свет в плоскополяризованный с интенсивностью  $I_1 = \frac{1}{2} I_0$ , причем при вращении поляризатора интенсивность прошедшего света остается постоянной. Все это следует из закона Малюса и факта, что в естественном свете все значения угла  $\varphi$  равновероятны. Таким образом, используя один поляризатор, нельзя обнаружить поляризацию естественного света. Для этого и нужен второй поляризатор, называемый анализатором. Интенсивность света на его выходе

$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi.$$

Все вышеизложенное справедливо для идеального поляризатора. В реальном поляризаторе всегда присутствуют потери на отражение и поглощение в веществе. С учетом таких потерь интенсивность света после поляризатора

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k_1),$$

где  $k_1$  – относительная потеря интенсивности света в поляризаторе.

Интенсивность света после анализатора

$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi (1 - k_2) = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi (1 - k_1)(1 - k_2),$$

где  $k_2$  – относительная потеря интенсивности света в анализаторе.

Свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется *частично поляризованным*. Такой свет

можно представить как смесь поляризованного и естественного света с интенсивностями  $I_{\text{пл}}$  и  $I_{\text{ест}}$ . Если такой свет пропустить через поляризатор и анализатор, то при вращении анализатора интенсивность света на его выходе будет изменяться от максимальной  $I_{\text{max}}$  до минимальной  $I_{\text{min}}$ , причем этот переход достигается при повороте анализатора на угол  $\varphi = \pi/2$ .

Для характеристики частично поляризованного света было введено понятие степени поляризации  $P$ . Эта характеристика показывает отношение интенсивности поляризованной составляющей света к его полной интенсивности:

$$P = \frac{I_{\text{пл}}}{I} = \frac{I_{\text{пл}}}{I_{\text{пл}} + I_{\text{ест}}}.$$

Выразив интенсивности  $I_{\text{пл}}$  и  $I_{\text{ест}}$  через интенсивности  $I_{\text{max}}$  и  $I_{\text{min}}$ , получим другое выражение для степени поляризации:

$$P = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}.$$

Для плоскополяризованного света  $I_{\text{min}} = 0$  и  $P = 1$ . Для естественного света  $I_{\text{max}} = I_{\text{min}}$  и  $P = 0$ . Для частично поляризованного света  $0 < P < 1$ .

Еще один способ получения поляризованного света – это отражение и преломление света от границы раздела двух диэлектриков. Как известно, в естественном свете колебания вектора  $\mathbf{E}$  во всех направлениях равновероятны. При падении естественного света на границу раздела двух диэлектриков отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными. Степень поляризации зависит от угла падения луча и показателей преломления сред.

Шотландский ученый Брюстер установил соотношение, согласно которому существует определенный угол падения  $\alpha_{\text{Б}}$  (названный углом Брюстера), удовлетворяющий условию:

$$\text{tg } \alpha_{\text{Б}} = n_{21}, \quad (*)$$

где  $n_{21} = n_2 / n_1$  – показатель преломления второй среды относительно первой. При угле Брюстера отраженный луч  $\alpha'_{\text{Б}}$  является полностью

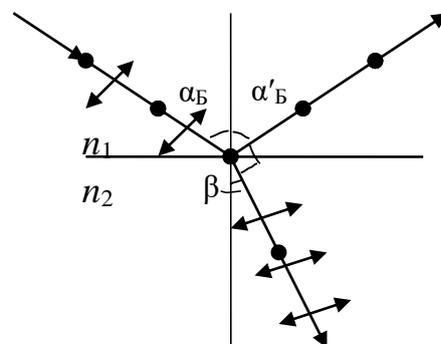


Рис. 1.7

поляризованным в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, а преломленный луч  $\beta$  является максимально поляризованным в плоскости падения (рис. 1.7). Соотношение (\*) получило название *закона Брюстера*. При этом отраженный и преломленный лучи являются взаимно перпендикулярными:

$$\alpha'_B + \beta = \pi / 2.$$

Также способом получения поляризованного света является пропускание света через анизотропные среды. *Оптической анизотропией* называется зависимость оптических свойств среды от направления распространения света в этой среде.

Все прозрачные кристаллы (кроме кристаллов кубической системы, обладающих оптической изотропией) являются анизотропными. В таких кристаллах наблюдается явление *двойного лучепреломления* (или *двулучепреломления*), заключающееся в том, что каждый падающий на кристалл луч света разделяется внутри на два луча, имеющих разные скорости в зависимости от направления распространения света и плоскополяризованных во взаимно перпендикулярных направлениях. Один из лучей, называемый *обыкновенным* и обозначаемый буквой  $o$ , удовлетворяет обычному закону преломления и лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к границе кристалла. Показатель преломления  $n_o$  среды для этого луча одинаков во всех направлениях.

Для второго луча, получившего название *необыкновенного* и обозначаемого буквой  $e$ , показатель преломления среды  $n_e$  является переменной величиной, зависящей от направления распространения луча. Обычный закон преломления для этого луча не выполняется. Обыкновенный луч распространяется в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью  $v_o = c / n_o$ , а необыкновенный – с разной скоростью  $v_e = c / n_e$ . В кристалле имеется единственное направление, называемое *оптической осью* кристалла, вдоль которого  $n_o = n_e$ ,  $v_o = v_e$ , и следовательно, не наблюдается двойного лучепреломления. Различие в скоростях  $v_o$  и  $v_e$  для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обуславливает явление двойного лучепреломления в анизотропном кристалле.

### Задачи

1. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1$ , падает под углом  $\alpha_1$  на

поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2 = 1,5$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Сумма падающего и отраженного лучей  $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$ . Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде –  $v_1$ , в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры:  $n_1$ ,  $\alpha_3$ , отношение скоростей  $v_1/v_2$ .

2. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1$ , падает под углом  $\alpha_1 = 54^\circ$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде  $v_1 = c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры:  $n_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $v_2$ .

3. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1,3$ , падает под углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2 = 1,8$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде –  $v_1$ , в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ , отношение скоростей  $v_1/v_2$ .

4. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1$ , падает под углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2 = 57^\circ$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде  $v_1 = c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры:  $n_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $v_2$ .

5. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1$ , падает под

углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2 = 1,33$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде  $v_1 = c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры: сумму  $(\alpha_1 + \alpha_2)$ ,  $\alpha_3$ ,  $v_2$ .

6. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1$ , падает под углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2 = 1,54$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде  $v_1 = c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ ,  $v_2$ .

7. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1$ , падает под углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2 = 1,57$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде –  $v_1$ , в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры: сумму  $(\alpha_1 + \alpha_2)$ ,  $\alpha_3$ , отношение скоростей  $v_1/v_2$ .

8. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1$ , падает под углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде  $v_1 = c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), в прозрачном веществе –  $v_2 = 1,95 \cdot 10^8$  м/с. Найти неизвестные параметры:  $n_2$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ .

9. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1,43$ , падает под

углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2 = 1,52$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде –  $v_1$ , в прозрачном веществе –  $v_2$ . Найти неизвестные параметры:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ , отношение скоростей  $v_1/v_2$ .

10. Неполяризованная плоская световая волна (естественный свет), распространяющаяся в среде с показателем преломления  $n_1 = 1$ , падает под углом  $\alpha_1$  на поверхность прозрачного вещества с показателем преломления  $n_2$ . Световая волна, отраженная под углом  $\alpha_2$ , полностью поляризована. Угол преломления равен  $\alpha_3$ . Скорость распространения световой волны в среде  $v_1 = c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), в прозрачном веществе –  $v_2 = 1,95 \cdot 10^8$  м/с. Найти неизвестные параметры:  $n_2$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ .

11. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Потери света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе равны  $k = 0,01$ . Интенсивность падающего света  $I_0$  при прохождении через систему уменьшается в  $n = I_0/I_2 = 4$  раза ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света). Отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих прошедшего света  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}} = 0,2$ . Найти неизвестные параметры: угол  $\varphi$  между главными сечениями первого и второго поляризаторов, отношение максимальной и минимальной интенсивностей  $I_{\text{max}}/I_{\text{min}}$  и степень поляризации  $P$  прошедшего света.

12. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Потери света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе равны  $k = 0,02$ . Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 30^\circ$ . Степень поляризации прошедшего света  $P = 0,5$ . Найти неизвестные параметры: уменьшение  $n = I_0/I_2$  интенсивности падающего света  $I_0$  при прохождении через систему ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света), отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}}$  и отношение максимальной и минимальной интенсивностей  $I_{\text{max}}/I_{\text{min}}$  прошедшего света.

13. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Интенсивность падающего света  $I_0$  при прохождении через систему уменьшается в  $n = I_0/I_2 = 2$  раза ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света). Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 60^\circ$ . Отношение максимальной и минимальной интенсивностей прошедшего света  $I_{\max}/I_{\min} = 2$ . Найти неизвестные параметры: потери  $k$  света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе, отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}}$  и степень поляризации  $P$  прошедшего света.

14. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Интенсивность падающего света  $I_0$  при прохождении через систему уменьшается в  $n = I_0/I_2 = 2$  раза ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света). Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 20^\circ$ . Отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих прошедшего света  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}} = 0,3$ . Найти неизвестные параметры: потери  $k$  света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе, отношение максимальной и минимальной интенсивностей  $I_{\max}/I_{\min}$  и степень поляризации  $P$  прошедшего света.

15. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Потери света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе равны  $k = 0,05$ . Интенсивность падающего света  $I_0$  при прохождении через систему уменьшается в  $n = I_0/I_2 = 3$  раза ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света). Степень поляризации прошедшего света  $P = 0,4$ . Найти неизвестные параметры: угол  $\varphi$  между главными сечениями первого и второго поляризаторов, отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}}$  и отношение максимальной и минимальной интенсивностей  $I_{\max}/I_{\min}$  прошедшего света.

16. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Потери света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе равны  $k = 0,07$ . Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 45^\circ$ . Отношение максимальной и минимальной интенсивностей прошедшего света  $I_{\max}/I_{\min} = 3$ .

Найти неизвестные параметры: уменьшение  $n = I_0 / I_2$  интенсивности падающего света  $I_0$  при прохождении через систему ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света), отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}}$  и степень поляризации  $P$  прошедшего света.

17. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Потери света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе равны  $k = 0,08$ . Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 30^\circ$ . Степень поляризации прошедшего света  $P = 0,6$ . Найти неизвестные параметры: уменьшение  $n = I_0 / I_2$  интенсивности падающего света  $I_0$  при прохождении через систему ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света), отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}}$  и отношение максимальной и минимальной интенсивностей  $I_{\text{max}}/I_{\text{min}}$  прошедшего света.

18. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Интенсивность падающего света  $I_0$  при прохождении через систему уменьшается в  $n = I_0 / I_2 = 3$  раза ( $I_2$  – интенсивность света, прошедшего систему). Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 60^\circ$ . Отношение максимальной и минимальной интенсивностей прошедшего света  $I_{\text{max}}/I_{\text{min}} = 5$ . Найти неизвестные параметры: потери  $k$  света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе, отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}}$  и степень поляризации  $P$  прошедшего света.

19. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Потери света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе равны  $k = 0,04$ . Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 40^\circ$ . Отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих прошедшего света  $I_{\text{ест}}/I_{\text{пл}} = 0,1$ . Найти неизвестные параметры: уменьшение  $n = I_0 / I_2$  интенсивности падающего света  $I_0$  при прохождении через систему ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света), отношение максимальной и минимальной интенсивностей  $I_{\text{max}}/I_{\text{min}}$  и степень поляризации  $P$  прошедшего света.

20. Естественный свет проходит через систему двух поляризаторов. Потери света за счет отражения и поглощения в каждом поляризаторе равны  $k = 0,01$ . Угол между главными сечениями первого и второго поляризаторов  $\varphi = 50^\circ$ . Степень поляризации прошедшего света  $P = 0,5$ . Найти неизвестные параметры: уменьшение  $n = I_0 / I_2$  интенсивности падающего света  $I_0$  при прохождении через систему ( $I_2$  – интенсивность прошедшего света), отношение интенсивностей естественной и поляризованной составляющих  $I_{\text{ест}} / I_{\text{пл}}$  и отношение максимальной и минимальной интенсивностей  $I_{\text{max}} / I_{\text{min}}$  прошедшего света.

## 1.2. Квантовая оптика

### 1.2.1. Тепловое излучение

*Тепловым излучением* называется излучение нагретых тел в виде инфракрасных и видимых электромагнитных волн, способных нести энергию. Излучение тел, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, называется *равновесным*.

#### Характеристики теплового излучения

1. *Спектральная лучеиспускательная способность*  $r_{\lambda,T}$  или  $r_{\nu,T}$  – количество тепловой энергии, излучаемой за единицу времени с единицы поверхности тела в единичном диапазоне длин волн ( $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$ ) или частот ( $\nu, \nu + \Delta\nu$ ) в области длины волны  $\lambda$  или частоты  $\nu$  (зависит от длины волны (частоты) и температуры):

$$r_{\lambda,T} = \frac{\Delta W}{\Delta t \Delta S \Delta \lambda}, \quad [r_{\lambda,T}] = [\text{Вт}/\text{м}^3],$$

$$r_{\nu,T} = \frac{\Delta W}{\Delta t \Delta S \Delta \nu}, \quad [r_{\nu,T}] = [\text{Вт} \cdot \text{с}/\text{м}^2] = [\text{Дж}/\text{м}^2].$$

2. *Интегральная лучеиспускательная способность (энергетическая светимость)* – количество тепловой энергии, излучаемой в единицу времени с единицы поверхности нагретого тела во всем интервале длин волн или частот (зависит только от температуры):

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu, \quad [R_T] = [\text{Вт}/\text{м}^2].$$

Энергетическая светимость  $R_T$  – величина конечная, то есть интеграл не может расходиться. Следовательно, можно ожидать, что на зависимости спектральной излучательной способности от длины волны (частоты) должен иметься максимум, а затем функция будет стремиться к нулю, как будет показано далее на рис. 1.8.

3. *Спектральная поглощательная способность* – отношение поглощенной телом лучистой энергии к падающей на тело лучистой энергии в данном диапазоне  $d\lambda$  длин волн (частот):

$$\alpha_{\lambda,T} = d\Phi_{\lambda\text{пгл}} / d\Phi_{\lambda\text{пад}}.$$

4. *Интегральная поглощательная способность* – отношение поглощенной телом лучистой энергии к падающей на тело энергии во всем диапазоне длин волн (частот):

$$\alpha_T = \Phi_{\text{пгл}} / \Phi_{\text{пад}}.$$

5. *Спектральная отражательная способность* – отношение отраженной телом лучистой энергии к падающей на тело лучистой энергии в данном диапазоне  $d\lambda$  длин волн (частот):

$$\rho_{\lambda,T} = d\Phi_{\lambda,\text{отр}} / d\Phi_{\lambda,\text{пад}}.$$

6. *Интегральная отражательная способность (коэффициент отражения)* – отношение отраженной телом лучистой энергии к падающей на тело лучистой энергии во всем диапазоне длин волн (частот):

$$\rho_T = \Phi_{\text{отр}} / \Phi_{\text{пад}}.$$

Поглощательная способность может меняться от нуля для идеально отражающей поверхности (зеркало) до единицы для тела, поглощающего всю падающую на него энергию. Наоборот, отражательная способность меняется от единицы для идеально отражающей поверхности до нуля для тела, полностью поглощающего энергию. Для этих характеристик справедливо равенство:

$$\alpha_T + \rho_T = 1.$$

*Абсолютно черным телом* (АЧТ) называется тело, полностью поглощающее всю падающую на него энергию. Для такого тела  $\alpha_T = 1$ ,  $\rho_T = 0$ .

*Абсолютно белым телом* называется тело, полностью отражающее всю падающую на него энергию. Для такого тела  $\alpha_T = 0$ ,  $\rho_T = 1$ .

*Серым телом* называется тело, поглощательная способность которого меньше единицы. Для такого тела  $0 < \alpha_T < 1$ ;  $0 < \rho_T < 1$ .

### Законы теплового излучения

**Закон Кирхгофа.** Этот закон устанавливает связь между лучеиспускательной и поглощательной способностью любого тела и формулируется следующим образом: *отношение спектральной лучеиспускательной способности к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тел, при одинаковой температуре и длине волны (частоте) есть величина постоянная для всех тел и равна спектральной лучеиспускательной способности абсолютно черного тела, излучающего при тех же температуре и длине волны (частоте):*

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_2 = \dots = r_{\lambda,T}^0,$$

где  $r_{\lambda,T}^0$  – спектральная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела. Для твердых и жидких тел закон Кирхгофа в интегральной форме:

$$\left(\frac{R_T}{\alpha_T}\right)_1 = \left(\frac{R_T}{\alpha_T}\right)_2 = \dots = R_T^0,$$

где  $R_T^0$  – интегральная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела. Из закона следует, что энергетическая светимость серого тела равна:

$$R_T = \alpha_T R_T^0.$$

Следствия из закона Кирхгофа:

1) так как  $\alpha_{\lambda,T} < 1$ , то  $r_{\lambda,T} < r_{\lambda,T}^0$ , откуда следует, что излучение АЧТ наибольшее по сравнению с излучением других тел при тех же температуре и длине волны;

2) если  $\alpha_{\lambda,T} = 0$ , то автоматически  $r_{\lambda,T} = 0$ . Это означает, что если тело не поглощает какие-либо длины волн, то оно их и не излучает (но не наоборот);

3) если  $r_{\lambda,T}^0 = 0$ , то и в этом случае  $r_{\lambda,T} = 0$ . Это означает, что если АЧТ не излучает какие-либо длины волн, то при той же температуре эти длины волн не излучает и серое тело.

Зависимость спектральной излучательной способности АЧТ от длины волны (частоты) и температуры носит название *функции Кирхгофа*:

$$f(\lambda, T) = r_{\lambda, T}^0 \quad \text{или} \quad f(\nu, T) = r_{\nu, T}^0.$$

После установления закона Кирхгофа основной задачей теории теплового излучения было нахождение аналитического вида функции Кирхгофа.

**Закон Стефана–Больцмана.** Австрийскими физиками Йозефом Стефаном (на основе экспериментальных данных) и Людвигом Больцманом (посредством теоретического обоснования) было получено соотношение между энергетической светимостью АЧТ и его термодинамической температурой:

$$R_T^0 = \int_0^{\infty} f(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  (Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>)) – постоянная Стефана–Больцмана. Из закона следует, что энергия  $W$ , излучаемая с поверхности  $S$  АЧТ за время  $\Delta t$ , равна:

$$W = \sigma T^4 S \Delta t = R_T^0 S \Delta t.$$

Используя закон Стефана–Больцмана в сочетании с законом Кирхгофа в интегральной форме, можно получить выражение для энергии, излучаемой с поверхности  $S$  серого тела за время  $\Delta t$ :

$$W = \alpha_T \sigma T^4 S \Delta t = R_T S \Delta t,$$

где  $\alpha_T$  – поглощательная способность серого тела.

**Закон смещения Вина.** Исследуя функцию Кирхгофа, немецкий физик Вильгельм Вин показал, что она должна иметь вид:

$$f(\nu, T) = \nu^3 F(\nu / T),$$

где  $F$  – некоторая функция отношения частоты и температуры. Функция должна иметь максимум при некоторой частоте  $\nu_{\max}$ . Продифференцировав функцию по частоте, приравняв производную к нулю и учтя связь частоты и длины волны

$$\lambda \cdot \nu = c = 3 \cdot 10^8 \text{ (м/с)},$$

получим зависимость между длиной волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимум функции Кирхгофа (или, другими словами, спектральной излучательной способности АЧТ), и температурой. Эта зависимость получила название *закона смещения Вина*:

$$T \lambda_{\max} = b,$$

где  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  (м·К) – постоянная Вина. Из закона следует, что с увеличением температуры максимум излучения АЧТ и значение  $\lambda_{\max}$  смещается в сторону более коротких длин волн (рис. 1.8).

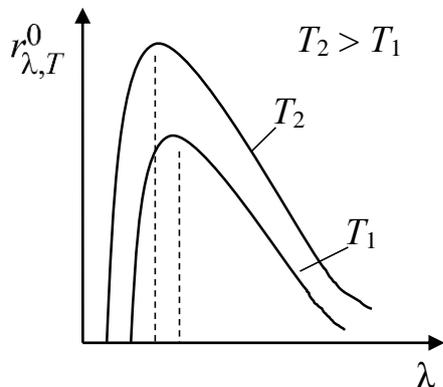


Рис. 1.8

Максимальная спектральная излучательная способность АЧТ возрастает пропорционально пятой степени абсолютной температуры  $T$ :

$$(r_{\lambda, T}^0)_{\max} = CT^5,$$

где константа  $C = 1,3 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м<sup>3</sup>·К<sup>5</sup>).

**Формула Планка.** В рамках классической физики до Планка были две формулы, описывающие излучение АЧТ. Первая из них – *формула Релея–Джинса*:

$$r_{\nu, T}^0 = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad \text{или} \quad r_{\lambda, T}^0 = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT,$$

которая оказалась справедливой только в области больших длин волн (малых частот). При коротких длинах волн (или больших частотах) формула Релея–Джинса приводит к абсурдному теоретическому результату – энергия излучения АЧТ становится бесконечно большой. Такой результат получил в теории теплового излучения название «ультрафиолетовой катастрофы».

Вторая формула – *формула Вина*, хорошо описывающая излучение АЧТ на коротких длинах волн или больших частотах:

$$r_{\nu, T}^0 = \nu^3 F(\nu/T) = \nu^3 C_1 e^{-C_2 \frac{\nu}{T}},$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – некоторые постоянные.

Немецкому физика Макс Планку удалось найти вид функции Кирхгофа, точно соответствующий экспериментальным данным во всем интервале длин волн или частот. В 1900 г. Планк сделал предположение, что электромагнитное излучение испускается не непрерывно, а в виде отдельных порций энергий (квантов), пропорциональных частоте излучения:

$$\varepsilon = h\nu,$$

где  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  (Дж·с) – постоянная Планка. Вся энергия излучения должна быть кратна энергии кванта:

$$W = nh\nu.$$

Формула Планка имеет вид:

$$r_{\nu,T}^0 = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Можно показать, что при малых частотах формула Планка переходит в формулу Релея–Джинса, а при больших частотах – в формулу Вина.

### Задачи

1. Длина волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, равна 0,58 мкм. Определить максимальную спектральную лучеиспускательную способность  $(r_{\lambda,T}^0)_{\max}$ , рассчитанную на интервал длин волн  $\Delta\lambda = 1$  нм вблизи  $\lambda_{\max}$ .

2. Температура солнечной поверхности  $T = 5800$  К, радиус Солнца  $R = 6,96 \cdot 10^8$  м. Полагая свойства солнечной поверхности подобными свойствам абсолютно черного тела, определить массу  $m$ , теряемую Солнцем в 1 с за счет излучения.

3. При некоторой температуре  $T$  энергетическая светимость абсолютно черного тела  $R_T^0 = 250$  кВт/м<sup>2</sup>. На какую длину волны  $\lambda_{\max}$  приходится при этой температуре максимум излучательной способности тела?

4. Во сколько раз надо увеличить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость  $R_T^0$  увеличилась в два раза?

5. Принимая, что Солнце излучает как черное тело, определить его энергетическую светимость  $R_T^0$  и поток энергии  $\Phi_e$ , излучаемый им. Максимум спектральной лучеиспускательной способности соответствует длине волны  $\lambda = 500$  нм.

6. Максимум спектральной лучеиспускательной способности  $(r_{\lambda,T}^0)_{\max}$  яркой звезды Арктур приходится на длину волны  $\lambda_{\max} = 580$  нм. Принимая, что звезда излучает как черное тело, определить температуру  $T$  поверхности звезды.

7. Поток энергии  $\Phi_e$ , излучаемый из смотрового окошка плавильной печи, равен 34 Вт. Определить температуру  $T$  печи, если площадь отверстия  $S = 6$  см<sup>2</sup>.

8. Принимая поглощательную способность  $\alpha_T$  угля при температуре  $T = 600$  К равной 0,8, определить энергию  $W$ , излучаемую с поверхности угля площадью  $S = 5 \text{ см}^2$  за время  $t = 10$  мин.

9. Черное тело находится при температуре  $T_1 = 3$  кК. При остывании тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной лучеиспускательной способности, изменилась на  $\Delta\lambda = 8$  мкм. Определить температуру  $T_2$ , до которой охладилось тело.

10. С поверхности сажи площадью  $S = 2 \text{ см}^2$  при температуре  $T = 400$  К за время  $t = 5$  мин излучается энергия  $W = 83$  Дж. Определить поглощательную способность  $\alpha_T$  сажи.

### 1.2.2. Внешний фотоэффект

**Внешним фотоэффектом** называется явление вырывания электронов из вещества под действием падающего на него света. Эффект был открыт в 1887 г. немецким физиком Генрихом Рудольфом Герцем, а исследован детально русским физиком Александром Столетовым в 1888–1890 гг. В опытах Столетов использовал следующую установку. В стеклянный баллон, из которого был откачан воздух, впаивались два электрода. Внутри баллона через отверстие на катод попадал свет. Подаваемое на электроды напряжение измерялось потенциометром и измерялось вольтметром. Под действием света катод испускал электроны, которые замыкали цепь между электродами, и амперметр фиксировал наличие тока в цепи.

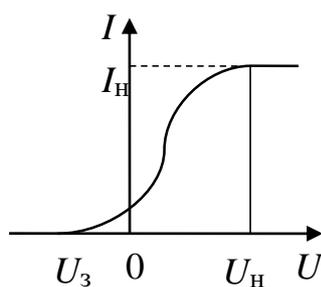


Рис. 1.9

Из вольт-амперной характеристики межэлектродного промежутка следует (рис. 1. 9):

- 1) при отсутствии напряжения между электродами фототок отличен от нуля, что говорит о наличии у фотоэлектронов при вылете кинетической энергии;
- 2) при некотором значении напряжения  $U_H$  между электродами фототок перестает зависеть от напряжения — фототок достигает насыщения  $I_H$ ;

3) при некотором значении отрицательного напряжения  $U_3$  (задерживающее напряжение) фототок прекращается. Работа  $A_3$  задерживающего электрического поля равна изменению кинетической энергии фотоэлектронов:

$$A_{\text{э}} = \Delta W_{\text{кин}} \Rightarrow eU_3 = \frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2},$$

где  $m_e$  – масса электрона;  $v_{\text{max}}$  – максимальная скорость фотоэлектронов.

Следовательно, зная задерживающее напряжение, можно найти максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов. При уменьшении частоты падающего света величина  $U_3$  уменьшается, и при некоторой частоте  $\nu_0$  задерживающее напряжение  $U_{30} = 0$ . При  $\nu < \nu_0$  фотоэффект не наблюдается. Минимальная частота  $\nu_0$  (максимальная длина волны  $\lambda_0$ ) падающего света, при которой еще возможен фотоэффект, называется *красной границей фотоэффекта*.

**Уравнение Эйнштейна.** Для объяснения явления фотоэффекта Эйнштейн использовал квантовые представления Планка о свете и применил их к поглощению света веществом. Свет, падающий на металл, состоит из фотонов – квантов света с энергией  $\epsilon_{\text{ф}} = h\nu$ . Один электрон поверхностного слоя металла поглощает энергию одного фотона. Если энергия фотона превышает работу выхода электрона из металла, то электрон вырывается наружу. При этом часть энергии фотона тратится на работу выхода  $A_{\text{вых}}$ , а оставшаяся часть переходит в кинетическую энергию фотоэлектрона.

В итоге, *уравнение Эйнштейна для фотоэффекта* имеет вид:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}.$$

Это уравнение представляет собой закон сохранения энергии в применении к фотоэффекту. Из формулы следует, что при  $\nu = \nu_0$  имеем:

$$h\nu_0 = A_{\text{вых}},$$

откуда

$$\nu_0 = A_{\text{вых}} / h.$$

Последнее равенство означает, что красная граница фотоэффекта зависит только от природы вещества катода.

Представления Планка о квантах энергии и Эйнштейна о фотонах являются основой квантовой механики.

### Задачи

1. Определить работу выхода  $A_{\text{ВЫХ}}$  электронов из натрия, если красная граница фотоэффекта  $\lambda_0 = 500$  нм.
2. Определить красную границу  $\lambda_0$  фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом с длиной волны  $\lambda = 400$  нм максимальная скорость  $v_{\text{max}}$  фотоэлектронов равна  $0,65$  Мм/с.
3. Максимальная скорость  $v_{\text{max}}$  фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его  $\gamma$ -фотонами, равна  $291$  км/с. Определить энергию  $W$   $\gamma$ -фотонов.
4. Определить максимальную скорость  $v_{\text{max}}$  фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра ультрафиолетовым излучением с длиной волны  $\lambda = 0,155$  мкм. Работа выхода электронов из серебра  $A_{\text{ВЫХ}} = 4,7$  эВ.
5. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны  $\lambda = 300$  нм? Работа выхода электронов из серебра  $A_{\text{ВЫХ}} = 4,7$  эВ.
6. На поверхность лития падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 310$  нм. Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов  $\Delta U$  не менее  $1,7$  В. Определить работу выхода  $A_{\text{ВЫХ}}$  электронов из лития.
7. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта  $\lambda_0 = 307$  нм, а максимальная кинетическая энергия  $W_{\text{max}}$  фотоэлектронов равна  $1$  эВ?
8. На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 200$  нм. Определить максимальную скорость  $v_{\text{max}}$  фотоэлектронов.
9. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 400$  нм. Работа выхода электронов из калия  $A_{\text{ВЫХ}} = 2,2$  эВ. Определить задерживающую разность потенциалов  $\Delta U$ .
10. Красная граница фотоэффекта равна  $\lambda_0 = 500$  нм. Определить максимальную скорость  $v_{\text{max}}$  фотоэлектронов, вырываемых с поверхности этого металла светом с длиной волны  $\lambda = 400$  нм.

### ***1.2.3. Давление света***

Давлением света называется давление, которое производят световые волны, падающие на поверхность какого-либо тела. С точки зрения квантовой оптики давление является следствием того, что у фотона имеется импульс  $p_{\text{ф}}$ . При столкновении фотона с поверхностью тела этот импульс передается частицам вещества.

Можно показать, что давление света на зеркальную поверхность должно быть в два раза больше давления на черную поверхность, поглощающую свет.

Явление светового давления было обнаружено опытным путем русским физиком Петром Лебедевым. Он установил, что давление, оказываемое светом на единицу площади поверхности в единицу времени, равно:

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho),$$

где  $E_e$  – интенсивность падающего светового потока (облученность поверхности);  $c$  – скорость света;  $\rho$  – коэффициент отражения поверхности.

Концентрацию фотонов в световом пучке определим как

$$n = \frac{E_e}{c\varepsilon_{\text{ф}}} = \frac{W}{Stc\varepsilon_{\text{ф}}} = \frac{N}{Stc};$$

а полную энергию  $W$  падающего излучения – через энергию фотона  $\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu$ :

$$W = N\varepsilon_{\text{ф}} = Nh\nu = N \frac{hc}{\lambda},$$

или через поток энергии  $\Phi_e$  и облученность поверхности  $E_e$ :

$$W = \Phi_e t = E_e St,$$

где  $N$  – число фотонов, падающих на поверхность за время  $t$ ;  $\nu$  и  $\lambda$  – частота и длина волны падающего света;  $S$  – площадь поверхности.

### Задачи

1. На зачерненную пластинку падает нормально параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм, производя давление  $p = 10$  мкПа. Определить концентрацию  $n$  фотонов в пучке.

2. Монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda = 500$  нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой  $F = 10$  нН. Определить число  $N$  фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

3. Определить облученность  $E_e$  зеркальной поверхности, если световое давление  $p$  при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа.

4. Определить силу давления  $F$ , испытываемого зеркальной плоской поверхностью, расположенной перпендикулярно пучку монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 663$  нм. Поток энергии излучения  $\Phi_e = 0,6$  Вт.

5. Давление  $p$  монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число  $N$  фотонов, ежесекундно падающих за время  $t = 1$  с на поверхность площадью  $S = 1$  см<sup>2</sup>.

6. На зеркальную поверхность площадью  $S = 5$  см<sup>2</sup> за время  $t = 3$  мин падает нормально монохроматический свет с энергией  $W = 9$  Дж. Определить световое давление, оказываемое на поверхность.

7. Монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 500$  нм падает нормально на зачерненную поверхность. Число  $N$  фотонов, ежесекундно падающих на поверхность площадью  $S = 1$  см<sup>2</sup>, равно  $9,05 \cdot 10^{19}$ . Определить давление, оказываемое светом на поверхность.

8. На зеркальную поверхность падает нормально монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,55$  мкм. Поток энергии излучения  $\Phi_e = 0,45$  Вт. Определить световое давление, оказываемое на поверхность.

9. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 662$  нм падает на зачерненную поверхность. Концентрация  $n$  фотонов в пучке равна  $10^{12}$  м<sup>-3</sup>. Определить давление, оказываемое светом на поверхность.

10. Давление  $p$  монохроматического света на зачерненную поверхность площадью  $S = 40$  см<sup>2</sup>, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно 0,15 мкПа. Число  $N$  фотонов, ежесекундно падающих на поверхность, равно  $4,52 \cdot 10^{17}$ . Определить длину волны падающего света.

#### **1.2.4. Эффект Комптона**

Явление некогерентного рассеяния света было обнаружено американским физиком Артуром Холли Комптоном в 1923 г. при наблюдении рассеяния монохроматических рентгеновских лучей «легкими» веществами. Комптон установил, что в рассеянном излучении присутствуют как лучи с первоначальной длиной волны  $\lambda$ , так и лучи с длиной волны  $\lambda' > \lambda$ . Количественно эффект Комптона

можно объяснить, рассматривая свет как поток фотонов с энергией  $\epsilon_{\phi} = h\nu$  и импульсом  $\mathbf{p}_{\phi}$ , модуль которого  $p_{\phi} = m_{\phi}c = h\nu/c = h/\lambda$  (рис. 1.10). При столкновении фотонов со свободными электронами рассеивающего вещества они упруго отскакивают от электронов, отдавая им часть своего импульса и энергии. Рассеянный фотон приобретает энергию  $\epsilon'_{\phi}$  и импульс  $\mathbf{p}'_{\phi}$ , а так называемый электрон отдачи – энергию  $\epsilon_e$  и импульс  $\mathbf{p}_e$ . Поскольку энергия рассеянного фотона  $\epsilon'_{\phi} = h\nu' = hc/\lambda'$  должна быть меньше, чем энергия падающего фотона  $\epsilon_{\phi} = h\nu = hc/\lambda$ , то, следовательно,  $\lambda' > \lambda$ . Разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ , описываемая формулой:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta),$$

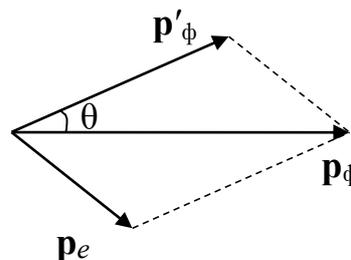


Рис. 1.10

оказалась зависящей только от угла рассеяния  $\theta$ , образуемого направлением рассеянного излучения и направлением первичного луча. Величина  $\lambda_c = h / m_e c = 2,42 \cdot 10^{-12}$  м называется комptonовской длиной волны, где  $m_e$  – масса электрона.

### Задачи

1. В результате комptonовского рассеяния в одном случае фотон полетел под углом  $\theta_1$  к первоначальному направлению падающего фотона, а в другом – под углом  $\theta_2$ . В каком случае длина волны излучения после рассеяния станет больше, а нейтрон, участвующий во взаимодействии, получит бóльшую энергию?

2. При каком значении угла рассеяния  $\theta$  фотонов наблюдается максимальное увеличение длины волны рассеянного фотона по сравнению с длиной волны падающего излучения? Ответ обосновать с помощью формул.

3. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол  $\theta = 45^\circ$ . Энергия  $\epsilon'_{\phi}$  рассеянного фотона равна 0,4 МэВ. Определить энергию  $\epsilon_{\phi}$  падающего фотона.

4. Определить угол рассеяния  $\theta$  фотона, при котором наблюдается минимальное увеличение длины волны рассеянного фотона по сравнению с длиной волны падающего излучения. Ответ обосновать с помощью формул.

5. Определить импульс  $p_e$  электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол  $\theta = 180^\circ$ . (Энергия покоя электрона  $\varepsilon_0 = 0,51$  МэВ.)

6. Фотон с энергией  $\varepsilon_{\text{ф}} = 0,75$  МэВ рассеялся на свободном электроне под углом  $\theta = 60^\circ$ . Определить энергию  $\varepsilon'_{\text{ф}}$  рассеянного фотона и кинетическую энергию  $\varepsilon_e$  электрона отдачи. Кинетическую энергию и импульс электрона до соударения с фотоном считать пренебрежимо малыми.

7. Длина волны  $\lambda$  фотона равна комптоновской длине  $\lambda_c$  электрона. Определить энергию  $\varepsilon_{\text{ф}}$  и импульс  $p_{\text{ф}}$  фотона.

8. Определить угол рассеяния  $\theta$  фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны  $\Delta\lambda$  при рассеянии равно  $3,62$  пм.

9. Фотон с энергией  $\varepsilon_{\text{ф}} = 0,25$  МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия  $\varepsilon'_{\text{ф}}$  рассеянного фотона равна  $0,2$  МэВ. Определить угол рассеяния  $\theta$  фотона.

10. Фотон с длиной волны  $\lambda = 1$  пм рассеялся на свободном электроне под углом  $\theta = 90^\circ$ . Какую долю своей энергии фотон отдал электрону?

## 2. АТОМНАЯ ФИЗИКА

### 2.1. Строение атома

#### 2.1.1. Теория Бора для атома водорода

В основе теории датского физика Нильса Бора (1913 г.) лежит идея связать в единое целое:

- 1) эмпирические закономерности линейчатых спектров;
- 2) ядерную модель атома Резерфорда;
- 3) квантовый характер излучения и поглощения света.

Бор не отказался от законов классической физики при описании поведения электронов в атоме. Но ему пришлось сделать ряд ограничений, накладываемых на возможные состояния электронов. Эти ограничения получили названия *постулатов Бора*, а сама теория оказалась применимой только к водородоподобным системам, то есть к атомам элементов, имеющих один электрон на внешней орбите. Сформулируем постулаты Бора.

1. *Постулат стационарных состояний*: существуют некоторые стационарные состояния атома, в которых он не излучает энергию. Этим стационарным состояниям соответствуют вполне определенные орбиты, по которым движутся электроны.

2. *Правило квантования орбит*: в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите радиусом  $r$ , должен иметь квантованное значение момента импульса, удовлетворяющее условию

$$L_n = m_e v r = n \hbar ,$$

где  $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – приведенная постоянная Планка;  $m_e$  – масса электрона. При этом число  $n = 1, 2, 3, \dots$  – число волн де Бройля для электрона, укладываемых на длине круговой орбиты:

$$n = \frac{2\pi r}{\lambda_{\text{дб}}} = \frac{2\pi r m_e v}{h} = \frac{m_e v r}{\hbar} .$$

Число  $n$  называется *главным квантовым числом* и обозначает номер орбиты электрона. Волнам де Бройля посвящен раздел 2.2.1.

3. *Правило частот*: при переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один квант энергии  $h\nu$ . Излучение происходит при переходе атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией (при переходе электрона в атоме с дальней орбиты на ближнюю). Поглощение – наоборот – при переходе атома из состояния с меньшей энергией в состояние с большей энергией (при переходе электрона в атоме с ближней орбиты на дальнюю). Величина кванта энергии равна разности энергий тех состояний, между которыми совершается переход электрона:

$$h\nu = E_n - E_m .$$

Используя правило квантования орбит, можно получить выражение для радиусов допустимых орбит:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{m_e Z e^2} n^2 ,$$

где  $m_e$  – масса электрона;  $Z$  – порядковый номер атома в периодической системе элементов; произведение  $Ze$  – заряд атомного ядра.

Разрешенные значения внутренней энергии атома:

$$E_n = -\frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2}.$$

Теория Бора стала переходным этапом между классической механикой и квантовой теорией.

### 2.1.2. Линейчатый спектр атома водорода

Излучение не взаимодействующих друг с другом атомов состоит из отдельных спектральных линий, т. е. спектры атомов являются линейчатыми. Было замечено, что линии в спектрах расположены не беспорядочно, а объединяются в серии линий. Частоты  $\nu$  или длины волн  $\lambda$  всех линий спектра атома водорода можно представить обобщенной формулой Бальмера–Ридберга:

$$\nu = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad \frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где  $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  и  $R' = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – постоянная Ридберга;  $n_1$  и  $n_2$  – главные квантовые числа:  $n_1 = 1, 2, 3, \dots$  – номер орбиты, на которую переходит электрон, или номер спектральной серии;  $n_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, n_1 + 3$  и т. д. – номер орбиты, с которой переходит электрон.

В спектре атома водорода были обнаружены следующие основные серии:

1) в ультрафиолетовой области спектра – серия Лаймана

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad n_1 = 1, \quad n_2 = 2, 3, 4, \dots;$$

2) в видимой области спектра – серия Бальмера

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad n_1 = 2, \quad n_2 = 3, 4, 5, \dots;$$

3) в инфракрасной области спектра – серия Пашена

$$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad n_1 = 3, \quad n_2 = 4, 5, 6, \dots$$

Остальные серии находятся в инфракрасной области.

### Задачи

1. Вычислить радиусы  $r_2$  и  $r_3$  второй и третьей орбит в атоме водорода.

2. Определить длину волны  $\lambda$ , соответствующую третьей линии серии Бальмера в спектре атома водорода.
3. Определить частоту  $\nu$  обращения электрона на второй орбите атома водорода.
4. Определить потенциальную  $E_{\text{п}}$ , кинетическую  $E_{\text{к}}$  и полную  $E$  энергии электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.
5. Определить энергию фотона  $\varepsilon$ , соответствующую четвертой линии серии Бальмера в спектре атома водорода.
6. Определить скорости  $v_2$  и  $v_3$  электрона на второй и третьей орбитах атома водорода соответственно.
7. Вычислить энергию фотона  $\varepsilon$ , испускаемого при переходе электрона с третьего энергетического уровня на первый в атоме водорода.
8. Определить длину волны  $\lambda$ , соответствующую второй линии серии Пашена в спектре атома водорода.
9. Вычислить радиус первой орбиты атома водорода и скорость электрона на этой орбите.
10. Определить частоту  $\nu$  обращения электрона на третьей орбите атома водорода.

### ***2.1.3. Рентгеновское излучение***

*Рентгеновским* называется электромагнитное излучение с длиной волны более короткой, чем у ультрафиолетового излучения. Рентгеновское излучение занимает в шкале электромагнитных волн участок от  $800 \text{ \AA}$  до  $0,0001 \text{ \AA}$ . Это излучение открыл в 1895 г. немецкий физик Вильгельм Рентген. Он обнаружил, что при бомбардировке стекла и металлов быстрыми электронами возникает излучение, обладающее большой проникающей способностью.

Для получения рентгеновских лучей используют рентгеновскую трубку. Это вакуумная трубка с электродами, соединенными с источником высокого напряжения  $U_{\text{КА}}$ . Нагреваемый ток катод представляет собой раскаленную нить и служит источником электронов, которые вылетают из него в результате термоэлектронной эмиссии. Электроны разгоняются электрическим полем и ударяются об анод (антикатод). Работа электрического поля идет на сообщение электронам кинетической энергии  $E_{\text{к}}$ :

$$A = eU_{\text{КА}} = E_{\text{К}} = \frac{m_e v^2}{2}.$$

Попав в вещество антикатада, электроны испытывают сильное торможение и становятся источником электромагнитных волн.

Различают два вида рентгеновского излучения: белое рентгеновское (тормозное) и характеристическое.

*Белое рентгеновское (тормозное) излучение* возникает при сравнительно небольших энергиях (а значит, и скоростях) электронов. При ударе электрона об анод часть его энергии превращается в теплоту, а другая часть расходуется на возбуждение рентгеновского излучения. Соотношение между этими частями энергии не постоянно и носит вероятностный характер. Поэтому тормозное излучение имеет сплошной непрерывный спектр, подобный спектру белого света, и обладает следующими особенностями (рис. 2.1): 1) в коротковолновой области наблюдается резкая граница спектра, которую характеризует некоторая минимальная длина волны  $\lambda_{\text{min}}$ , называемая границей сплошного спектра;

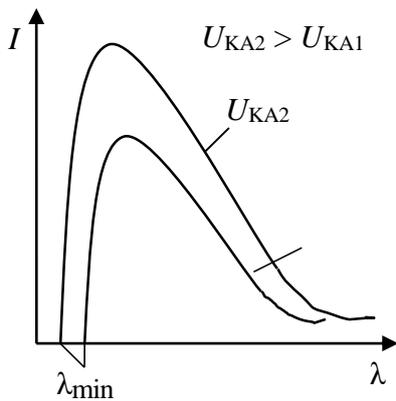


Рис. 2.1

2) с ростом напряжения, подаваемого на рентгеновскую трубку, эта граница смещается в сторону более коротких длин волн, т. е. рентгеновские лучи становятся более «жесткими»; 3) интенсивность излучения  $I$  быстро растет с увеличением ускоряющей разности потенциалов  $U_{\text{КА}}$ . Коротковолновая граница  $\lambda_{\text{min}}$  рентгеновского спектра зависит от энергии тормозящегося электрона. Когда вся его энергия идет на создание одного фотона, а

расход энергии, превращенной в теплоту, равен нулю, то длина волны  $\lambda_{\text{min}}$  фотона определяется выражением:

$$E_{\text{К}} = h\nu_{\text{max}} = hc / \lambda_{\text{min}}.$$

Так как в этом случае  $E_{\text{К}} = eU_{\text{КА}}$ , то коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра равна

$$\lambda_{\text{min}} = hc / eU_{\text{КА}}.$$

Рассчитанные по этой формуле значения  $\lambda_{\text{min}}$  полностью соответствуют экспериментальным данным.

Существование коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра является одним из подтверждений квантовой гипотезы Планка об испускании электромагнитного излучения отдельными порциями – квантами.

Если  $U_{КА}$  достаточно велико (порядка  $35 \cdot 10^3$  В), а значит, высока и энергия электронов, то, помимо тормозного излучения, возбуждается *характеристическое рентгеновское излучение*, зависящее от типа вещества анода и вызванное движением внутренних оболочек атомов анода. Характеристическое излучение возникает в результате того, что внешний быстрый электрон, тормозящийся в веществе анода, вырывает из атома вещества электрон одного из внутренних электронных слоев. На освободившееся место переходит другой электрон из более удаленного от ядра слоя. Это приводит к возникновению рентгеновского фотона с определенной частотой  $\nu$ , характерной для данного атома с зарядом ядра  $Ze$ .

Энергию электрона определяет, в основном, главное квантовое число  $n$ . Электроны с  $n = 1$  образуют так называемую  $K$ -оболочку, с  $n = 2$  –  $L$ -оболочку, с  $n = 3$  –  $M$ -оболочку и т. д. Если под действием налетающего на атом электрона происходит удаление электрона из самой внутренней  $K$ -оболочки атома, то на его место может перейти электрон с  $L$ ,  $M$ ,  $N$  и других оболочек. Этот переход обуславливает испускание  $K$ -серии характеристического излучения, состоящего из нескольких линий:  $K\alpha$ ,  $K\beta$ ,  $K\gamma$  и т. д.  $K\alpha$ -линия образуется, когда вакансия заполняется за счет электрона из  $L$ -оболочки,  $K\beta$ -линия – за счет электрона из  $M$ -оболочки и т. д. Аналогично возникают и другие серии (серия линий  $L\alpha$ ,  $L\beta$ ,  $L\gamma$  и т. д.).

Частоты линий спектра данного излучения являются характерными для каждого вещества. Спектр имеет линейчатый характер – на фоне сплошного спектра видны резкие пики интенсивности лучей (рис. 2.2).

В 1913 г. английский физик Генри Мозли установил, что пики в спектрах характеризуют вещество анода, то есть каждому химическому элементу соответствует вполне определенная длина волны характеристического спектра. Впоследствии было показано, что атом каждого химического элемента, независимо от

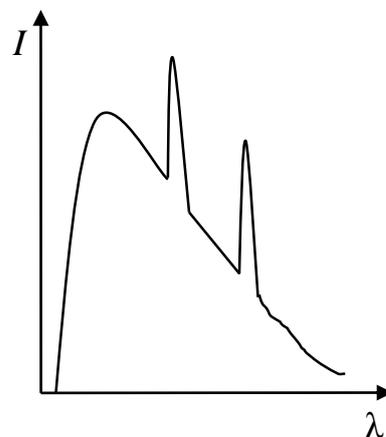


Рис. 2.2

того, в составе какого химического соединения он находится, обладает одним и тем же линейчатым спектром характеристического излучения. Следовательно, такие спектры могут служить для идентификации химических элементов и определения химического состава соединений.

*Закон Мозли* – закон, связывающий частоту спектральных линий характеристического излучения с порядковым номером излучающего элемента:

$$\nu = R(Z - \sigma)\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где  $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  – постоянная Ридберга;  $\sigma$  – постоянная экранирования (коэффициент, учитывающий экранирующее действие соседних электронов);  $n_1$  и  $n_2$  – главные квантовые числа, причем  $n_1 = 1, 2, 3, \dots$  – номер орбиты, на которую переходит электрон, а  $n_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, n_1 + 3, n_1 + m, \dots$  – номер орбиты, с которой переходит электрон;  $m$  – номер спектральной линии в данной серии. (Формула идентична уравнению Бальмера–Ридберга за исключением члена  $(Z - \sigma)$ ). Закон Мозли позволяет по измеренной длине волны рентгеновских линий точно установить атомный номер химического элемента.

### Задачи

1. Определить скорость  $v$  электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны  $\lambda_{\min}$  в сплошном спектре рентгеновского излучения равна 1 нм.
2. Вычислить наибольшую длину волны  $\lambda_{\max}$  в  $K$ -серии характеристического рентгеновского спектра скандия ( $Z = 21$ ).
3. При исследовании линейного рентгеновского спектра некоторого элемента было найдено, что длина волны линии  $K_{\alpha}$  равна 76 пм. Какой это элемент?
4. При каком наименьшем напряжении  $U_{\min}$  на рентгеновской трубке начинают появляться линии серии  $K_{\alpha}$  меди ( $Z = 29$ )?
5. Рентгеновская трубка работает под напряжением  $U = 1 \text{ МВ}$ . Определить наименьшую длину волны  $\lambda_{\min}$  рентгеновского излучения.
6. Вычислить длину волны  $\lambda$  и энергию  $\epsilon$  фотона, принадлежащего  $K_{\alpha}$ -линии в спектре характеристического рентгеновского спектра платины ( $Z = 78$ ).

7. В атоме вольфрама ( $Z = 74$ ) электрон перешел с  $M$ -слоя на  $L$ -слой. Принимая постоянную экранирования  $\sigma$  равной 5,5, определить длину волны  $\lambda$  испущенного фотона.

8. Определить коротковолновую границу  $\lambda_{\min}$  сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением  $U = 30$  кВ.

9. Определить энергию  $\varepsilon$  фотона, соответствующую линии  $K_{\alpha}$  в спектре характеристического рентгеновского спектра марганца ( $Z = 25$ ).

10. Какую наименьшую разность потенциалов  $U_{\min}$  нужно приложить к рентгеновской трубке, антикатод которой покрыт ванадием ( $Z = 23$ ), чтобы в спектре рентгеновского излучения появились все линии  $K$ -серии ванадия? Граница  $K$ -серии ванадия  $\lambda = 226$  пм.

## 2.2. Элементы квантовой механики

### 2.2.1. Волны де Бройля

В 1924 г. французский физик Луи де Бройль выдвинул гипотезу о том, что корпускулярно-волновой дуализм характерен не только для света. Он предположил, что существуют еще более короткие длины волн, чем у  $\gamma$ -лучей, связанные с частицами вещества – электронами, нейтронами, позитронами и т. д. Эти волны не электромагнитные, специфической природы, не имеющие аналогов в классической физике. При этом де Бройль обобщил соотношение для импульса фотона  $p_{\text{ф}} = h/\lambda$ , предположив, что оно имеет универсальный характер для любых волновых процессов, связанных с частицами, обладающих импульсом. По идее де Бройля, движение частицы массой  $m$  со скоростью  $v$  связано с волновым процессом, длина волны которого описывается формулой

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

и получила название *длины волны де Бройля*. Гипотеза де Бройля вскоре была подтверждена экспериментально в опытах по дифракции электронов.

### Задачи

1. Определить длину волны де Бройля для электрона, если его скорость  $v = 1$  Мм/с.

2. Определить длину волны де Бройля для протона, если его скорость  $v = 1 \text{ Мм/с}$ .

3. Какую ускоряющую разность потенциалов  $U$  должен пройти электрон, чтобы его длина волны де Бройля была равна  $0,1 \text{ нм}$ ?

4. Определить длину волны де Бройля электрона, если его кинетическая энергия  $E_k = 1 \text{ кэВ}$ .

5. Найти длину волны де Бройля протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U = 1 \text{ МВ}$ .

6. Найти длину волны де Бройля электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

7. Определить длину волны де Бройля электрона, находящегося на второй орбите атома водорода.

8. С какой скоростью движется электрон, если его длина волны де Бройля равна его комптоновской длине волны  $\lambda_c$ ?

9. Какую ускоряющую разность потенциалов  $U$  должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна  $200 \text{ пм}$ ?

10. Определить длину волны де Бройля электрона, если его кинетическая энергия  $E_k = 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ МэВ}$ .

### 2.2.2. Соотношение неопределенностей

Квантовая механика является одним из основных направлений развития современной физики. В квантовой механике изучаются закономерности явлений, происходящих в микромире. Объектами изучения квантовой механики являются атомы, их ядра, молекулы, т. е. объекты размером  $10^{-15} \dots 10^{-10} \text{ м}$ .

Физическими основами квантовой механики являются:

- 1) представления Планка о квантах энергии;
- 2) представления Эйнштейна о фотонах;
- 3) постулаты Бора о строении атома;
- 4) идеи де Бройля о волновых свойствах частиц вещества.

Основное уравнение квантовой механики (*уравнение Шредингера*) – волновое уравнение, описывающее динамическое поведение квантовой системы во времени и пространстве:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U\Psi = i\hbar \frac{d\Psi}{dt},$$

где  $\Psi$  – волновая функция, характеризующая состояние частицы;  $m$  – масса частицы;  $i$  – мнимая единица;  $U$  – функция координат и времени;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа:

$$\nabla^2\Psi = \frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{d^2\Psi}{dy^2} + \frac{d^2\Psi}{dz^2}.$$

Если силовое поле, в котором движется частица, стационарно, то уравнение Шредингера принимает вид:

$$\nabla^2\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0,$$

где  $E$  – полная энергия частицы; а функция  $U$ , не зависящая от времени, имеет смысл потенциальной энергии частицы.

Уравнение Шредингера описывает квантовые явления при скоростях  $v \ll c$ . (Релятивистские квантовые явления, происходящие при скоростях, близких к скорости света, описываются при помощи уравнений Дирака.) Волновая функция  $\Psi$  определяет распределение частиц или систем по квантовым состояниям, которые характеризуются дискретными значениями энергии и других величин. Другими словами, волновая функция является функцией состояния частиц в микромире.

В квантовой механике для обладающей волновыми свойствами частицы ее координата  $x$  и импульс  $p_x$  определяются с точностью до величин  $\Delta x$  и  $\Delta p_x$ . Это положение может быть записано аналитически в виде неравенства

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

получившего название *соотношения (принципа) неопределенностей Гейзенберга по координате и импульсу*. При движении частиц в пространстве соотношение имеет вид:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar,$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar,$$

где  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – неопределенности координат частицы по осям  $Ox, Oy, Oz$ ;  $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$  – неопределенности проекций импульса частиц на те же оси.

Применительно к электронной орбите этот принцип формулируется следующим образом: для объекта, имеющего размеры электрона, невозможно при

помощи любых физических средств одновременно определить его положение и скорость.

Соотношение неопределенностей по энергии и времени имеет вид:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar,$$

где  $\Delta E$  – неопределенность энергии данного квантового состояния;  $\Delta t$  – неопределенность времени пребывания системы в этом состоянии.

Для макроскопических тел ограничения, накладываемые соотношениями неопределенностей, несущественны.

### Задачи

1. Используя соотношение неопределенностей  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ , оценить ширину  $\Gamma$  энергетического уровня в атоме водорода, находящемся в основном состоянии.

2. Оценить ширину  $\Gamma$  энергетического уровня в атоме водорода, находящемся в возбужденном состоянии, если известно, что время жизни  $t$  атома в этом состоянии равно  $10^{-8}$  с.

3. Приняв, что минимальная энергия  $E$  нуклона в ядре равна 10 МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

4. Оценить неточность  $\Delta x$  в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью  $v = 1,5 \cdot 10^6$  м/с, если допустимая неточность  $\Delta v$  в определении скорости составляет 10 % от ее величины.

5. Неточность в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода с определенной скоростью, составляет  $0,8 \cdot 10^{-9}$  м. Исходя из этого, определить, применимо ли понятие траектории в данном случае (радиус первой боровской орбиты равен  $5,29 \cdot 10^{-11}$  м).

6. Электрон с кинетической энергией  $E_k = 15$  эВ находится в металлической пылинке диаметром  $d = 1$  мкм. Оценить относительную неточность  $\Delta v/v$ , с которой может быть определена скорость электрона.

7. Используя соотношение неопределенностей  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$ , оценить низший энергетический уровень электрона в атоме водорода. Принять линейные размеры атома  $l \approx 0,1$  нм.

8. Показать, используя соотношение неопределенностей, что в ядре не могут находиться электроны. Линейные размеры ядра принять равными 5 фм.

9. Оценить минимальные линейные размеры атома водорода, имея в виду, что кинетическая энергия электрона в атоме водорода  $E_k = 10$  эВ.

10. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна длине волны де Бройля, определить относительную неточность  $\Delta p/p$  импульса этой частицы.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

**Таблица вариантов**

№ варианта	№ темы										
	№ задачи										
	1.1.1	1.1.2	1.1.3	1.2.1	1.2.2	1.2.3	1.2.4	2.1.1, 2.1.2	2.1.3	2.2.1	2.2.2
1	1, 11	1, 11	1, 11	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2, 12	2, 12	2, 12	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3, 13	3, 13	3, 13	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4, 14	4, 14	4, 14	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5, 15	5, 15	5, 15	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6, 16	6, 16	6, 16	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7, 17	7, 17	7, 17	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8, 18	8, 18	8, 18	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9, 19	9, 19	9, 19	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10, 20	10, 20	10, 20	10	10	10	10	10	10	10	10
11	1, 20	1, 20	1, 20	1	1	1	1	1	1	1	1
12	2, 19	2, 19	2, 19	2	2	2	2	2	2	2	2
13	3, 18	3, 18	3, 18	3	3	3	3	3	3	3	3
14	4, 17	4, 17	4, 17	4	4	4	4	4	4	4	4
15	5, 16	5, 16	5, 16	5	5	5	5	5	5	5	5
16	6, 15	6, 15	6, 15	6	6	6	6	6	6	6	6
17	7, 14	7, 14	7, 14	7	7	7	7	7	7	7	7
18	8, 13	8, 13	8, 13	8	8	8	8	8	8	8	8
19	9, 12	9, 12	9, 12	9	9	9	9	9	3	9	9
20	10,11	10,11	10,11	10	10	10	10	10	10	10	10

## **СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. 7-е изд. СПб.: Лань, 2007. 496 с.

Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. 7-е изд. СПб.: Лань, 2007. 368 с.

Трофимова Т. И., Павлова З. Г. Сборник задач по курсу физики с решениями. 2-е изд., испр. М.: Высш. шк., 2001. 591 с.

Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. М.: Высш. шк., 1988. 527 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>1. Оптика</b> .....	3
1.1. Волновая оптика.....	3
1.1.1. Интерференция света.....	3
1.1.2. Дифракция света.....	11
1.1.3. Поляризация световых волн.....	20
1.2. Квантовая оптика.....	30
1.2.1. Тепловое излучение.....	30
1.2.2. Внешний фотоэффект.....	36
1.2.3. Давление света.....	38
1.2.4. Эффект Комптона.....	40
<b>2. Атомная физика</b> .....	42
2.1. Строение атома.....	42
2.1.1. Теория Бора для атома водорода.....	42
2.1.2. Линейчатые спектры атомов.....	44
2.1.3. Рентгеновское излучение.....	45
2.2. Элементы квантовой механики.....	49
2.2.1. Волны де Бройля.....	49
2.2.2. Соотношение неопределенностей.....	50
Приложение. Таблица вариантов.....	53
Список рекомендуемой литературы.....	54

Чурганова Серафима Сергеевна  
Черемухина Ирина Анатольевна

**Оптика и атомная физика**  
Учебное пособие

Редактор Н. В. Кузнецова

---

Подписано в печать 00.00.17. Формат 60×84 1/16  
Бумага офсетная. Печать цифровая. Печ. л. 3,5.  
Гарнитура «Times New Roman». Тираж 122 экз. Заказ .

---

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»  
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5.